

**FACULDADE DE CIÊNCIAS DA
UNIVERSIDADE DE LISBOA**

Departamento de Matemática

**INSTITUTO SUPERIOR DE CIÊNCIAS
DO TRABALHO E DA EMPRESA**

Departamento de Finanças



**Ciências
ULisboa**



**DESAFIOS NA PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS: O
CASO DA TAXA DE CâMBIO EUR/USD**

André Filipe da Costa Marques

Mestrado em Matemática Financeira

Dissertação orientada por:

Professora Doutora Diana Aldea Mendes

Professor Filipe Roberto de Jesus Ramos

2017

**FACULDADE DE CIÊNCIAS DA
UNIVERSIDADE DE LISBOA**

Departamento de Matemática

**INSTITUTO SUPERIOR DE CIÊNCIAS
DO TRABALHO E DA EMPRESA**

Departamento de Finanças



**Ciências
ULisboa**



**DESAFIOS NA PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS: O
CASO DA TAXA DE CÂMBIO EUR/USD**

André Filipe da Costa Marques

Mestrado em Matemática Financeira

Dissertação orientada por:

Professora Doutora Diana Aldea Mendes

Professor Filipe Roberto de Jesus Ramos

2017

AGRADECIMENTOS

Estando ciente do significado da palavra “obrigado”, sinto que faz sentido agradecer a todas as pessoas que, direta ou indiretamente, me ajudaram na concretização deste trabalho.

A primeira palavra de agradecimento é dedicada, sem qualquer dúvida ou hesitação, aos meus pais, Ana e Carlos. Obrigado pelo apoio (incondicional) que sempre me deram, não só no decorrer deste processo, mas, especialmente, em todos os momentos, bons ou maus, da minha vida. Para vós, um só obrigado é pouco.

Seguidamente, muito obrigado aos meus orientadores, Professora Diana Mendes e Professor Filipe Ramos. Obrigado por todo o acompanhamento ao longo deste percurso, por todos os conselhos, por todas as orientações e por todos os incentivos, foram fundamentais.

Obrigado, também, a todos os meus Professores, quer da licenciatura quer do mestrado.

Quero agradecer a todos os meus grandes amigos, sem exceções, que me acompanharam, apoiaram e ajudaram, fazendo, desta forma, com que a realização deste trabalho fosse muito mais fácil para mim. A todos vós, um sincero obrigado.

Por fim, e mais importante, um especial agradecimento a quem representa tudo para mim, a quem me dá forças para ultrapassar qualquer obstáculo que se cruze no meu caminho, ao meu parceiro de sempre e para sempre, ao meu querido irmão João. Obrigado mano.

RESUMO

Atendendo à motivação central do presente trabalho, que visa entender e, se possível, contornar alguns dos desafios que se colocam aquando da previsão de séries temporais financeiras, mais propriamente de séries temporais que expressem os valores da taxa de câmbio EUR/USD, o principal objetivo deste estudo consiste no desenvolvimento e aplicação de uma análise econométrica, onde se pretende determinar o(s) modelo(s) que permite(m) obter a melhor previsão possível para a taxa de câmbio EUR/USD. Para tal, foram consideradas duas séries temporais referentes à taxa de câmbio em causa: uma série que reflete os valores diários da taxa, e outra série referente aos valores mensais da mesma.

Com vista a uma perceção da temática em análise e à implementação prática dos modelos econométricos, a acrescer a uma breve contextualização sustentada na literatura científica, são apresentados, neste trabalho, conceitos teóricos indispensáveis à compreensão dos modelos implementados. Em termos práticos, os modelos de previsão utilizados neste trabalho foram: Modelos ARMA, Método de Alisamento Exponencial e Modelos de Média Móvel. Da implementação desenvolvida, concluiu-se que, de entre os modelos de previsão considerados, os modelos ARMA são os que apresentam melhores resultados de previsão, seguidos, com uma margem muito pequena, pelo Método de Alisamento Exponencial.

Palavras-chave: Taxa de câmbio (EUR/USD); Série temporal; Previsão; Modelos ARMA; Método de Alisamento Exponencial; Modelos de Média Móvel

Classificação JEL: C01, C22, C53, C58, G17

ABSTRACT

Given the central motivation of this work, which aims to understand and, if possible, to overcome the main challenges posed by the forecasting of financial time series, more precisely time series that express the values of the EUR/USD exchange rate, the main goal of this study is the development and application of an econometric analysis in order to reach the model(s) that allows to obtain the best possible forecast for the EUR/USD exchange rate. For this, two time series were considered referring to the exchange rate in question: a serie that reflects the daily values of the rate and other serie referring to the monthly values of the same.

In order to understand the thematic in analysis and the practical implementation of the econometric models, in addition to a brief contextualization based on the scientific literature, we present, in this work, indispensable theoretical concepts for the understanding of the implemented models. The prediction models used in this work are: ARMA models, Exponential Smoothing Method and Moving Average Models.

It was concluded that, for the considered forecast models, the ARMA models presented the best prediction results, although followed, with a very small margin, by the Exponential Smoothing Method.

Keywords: Exchange rate (EUR/USD); Time series; Forecast; ARMA Models; Exponential Smoothing Method; Moving Average Models

JEL Classification: C01, C22, C53, C58, G17

ÍNDICE

INTRODUÇÃO.....	1
1. REVISÃO DA LITERATURA	3
1.1. ENQUADRAMENTO TEÓRICO	3
1.2. TAXA DE JURO EUR/USD.....	7
2. SÉRIES TEMPORAIS	13
2.1. NOÇÕES GERAIS EM SÉRIES TEMPORAIS	13
2.1.1. ESTACIONARIEDADE.....	15
2.1.2. RAÍZ UNITÁRIA & QUEBRAS DE ESTRUTURA	18
2.1.3. FUNÇÕES DE AUTOCOVARIÂNCIA E AUTOCORRELAÇÃO	25
2.2. MODELOS LINEARES UNIVARIADOS	28
2.2.1. PROCESSOS AUTOREGRESSIVOS DE ORDEM P, AR(P).....	29
2.2.2. PROCESSOS DE MÉDIAS MÓVEIS DE ORDEM Q, MA(Q)	30
2.2.3. PROCESSOS AUTOREGRESSIVOS DE MÉDIAS MÓVEIS – MODELOS ARMA (P,Q).....	31
2.2.4. MODELOS ARIMA (P,D,Q).....	33
2.2.5. CRITÉRIOS DE COMPARAÇÃO/SELEÇÃO DE MODELOS.....	34
2.3. PREVISÃO.....	36
2.3.1. ERRO DE PREVISÃO	36
2.3.2. PREVISÃO COM MODELOS ARIMA.....	37
2.3.3. MÉTODO DE ALISAMENTO EXPONENCIAL	37
2.3.4. MODELOS DE MÉDIA MÓVEL	40
3. ESTUDO EMPÍRICO.....	41
3.1. ANÁLISE GRÁFICA E ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS	41
3.2. ESTUDO DA ESTACIONARIEDADE.....	43
3.3. ANÁLISE GRÁFICA E ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS (DIFLOG).....	46
3.4. ESTUDO DA ESTACIONARIEDADE (SÉRIES DIFERENCIADAS E LOGARITMIZADAS).....	48
3.5. ESTIMAÇÃO DOS MODELOS ECONOMETRICOS	50
3.6. ANÁLISE DOS RESÍDUOS.....	52
3.6.1. TESTE À CORRELAÇÃO DOS RESÍDUOS.....	52
3.6.2. TESTE À HETEROCEDASTICIDADE DOS MODELOS.....	53
3.7. PREVISÃO.....	54
3.7.1. MODELOS ARMA (OU ARIMA).....	54
3.7.2. MÉTODO DE ALISAMENTO EXPONENCIAL (AE)	66
3.7.3. MODELOS DE MÉDIA MÓVEL	71
CONCLUSÃO	75
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	79

ANEXO A 83

ANEXO B..... 90

ANEXO C 92

ANEXO D 94

ANEXO E..... 98

ANEXO F..... 100

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 - HISTÓRICO DE VALORES DA TAXA DE CÂMBIO EUR/USD ENTRE 2000 E 2017	11
FIGURA 2 - VENDAS DE VINHO TINTO AUSTRALIANO (JAN '80 - OCT '91) / NÚMERO DE MORTES (MENSAIS) ACIDENTAIS (1973-1978)	14
FIGURA 3 - PROCESSOS DE ESTABILIZAÇÃO DA ESTACIONARIEDADE DE UMA SÉRIE TEMPORAL.....	17
FIGURA 4 - EXEMPLO DE SÉRIE NÃO ESTACIONÁRIA / ESTACIONÁRIA	17
FIGURA 5 - EXEMPLO DE UM RUÍDO BRANCO (WHITE NOISE)	18
FIGURA 6 - PROCESSOS AR, MA E MODELO ARMA.....	32
FIGURA 7 - CÁLCULO DAS MÉDIAS MÓVEIS SIMPLES	40
FIGURA 8 - SÉRIE EUR/USD (DADOS DIÁRIOS)	41
FIGURA 9 - SÉRIE EUR/USD (DADOS MENSAIS)	42
FIGURA 10 - ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS (DADOS DIÁRIOS).....	42
FIGURA 11 - ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS (DADOS MENSAIS).....	43
FIGURA 12 - SÉRIE EUR/USD DIFLOG (DADOS DIÁRIOS).....	46
FIGURA 13 - SÉRIE EUR/USD DIFLOG (DADOS MENSAIS).....	46
FIGURA 14 - ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DIFLOG (DADOS DIÁRIOS)	47
FIGURA 15 - ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DIFLOG (DADOS MENSAIS)	47
FIGURA 16 - PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)	55
FIGURA 17 - PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)	57
FIGURA 18 - PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	59
FIGURA 19 - PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	60
FIGURA 20 - PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)	61
FIGURA 21 - PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)	63
FIGURA 22 - PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)	64
FIGURA 23 - PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)	65
FIGURA 24 - COMPARAÇÃO PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)	90
FIGURA 25 - COMPARAÇÃO PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)	90
FIGURA 26 - COMPARAÇÃO PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	91
FIGURA 27 - COMPARAÇÃO PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	91
FIGURA 28 - COMPARAÇÃO PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)	95
FIGURA 29 - COMPARAÇÃO PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)	95
FIGURA 30 - COMPARAÇÃO PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)	97

FIGURA 31 – COMPARAÇÃO PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENS AIS)	97
FIGURA 32 – COMPARAÇÃO PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	98
FIGURA 33 – COMPARAÇÃO PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS MENS AIS).....	98
FIGURA 34 – COMPARAÇÃO PREVISÃO AE SIMPLES 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	99
FIGURA 35 – COMPARAÇÃO PREVISÃO AE SIMPLES 2015-2017 (DADOS MENS AIS).....	99
FIGURA 36 – COMPARAÇÃO PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (5) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	100
FIGURA 37 – COMPARAÇÃO PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (5) 2007-2017 (DADOS MENS AIS).....	100

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 1 - TESTE ADF (DADOS DIÁRIOS).....	44
TABELA 2 - TESTE KPSS (DADOS DIÁRIOS)	44
TABELA 3 - TESTE ADF (DADOS MENSAIS).....	45
TABELA 4 - TESTE KPSS (DADOS MENSAIS)	45
TABELA 5 - TESTE ADF DIFLOG (DADOS DIÁRIOS)	48
TABELA 6 - TESTE KPSS DIFLOG (DADOS DIÁRIOS).....	48
TABELA 7 - TESTE ADF DIFLOG (DADOS MENSAIS)	49
TABELA 8 - TESTE KPSS DIFLOG (DADOS MENSAIS).....	49
TABELA 9 - ARMA(2,2) (DADOS DIÁRIOS).....	50
TABELA 10 - ARMA(1,2) (DADOS MENSAIS).....	51
TABELA 11 - TESTE À CORRELAÇÃO DOS RESÍDUOS PARA ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)	52
TABELA 12 - TESTE À CORRELAÇÃO DOS RESÍDUOS PARA ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	52
TABELA 13 - TESTE ARCH PARA ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	53
TABELA 14 -TESTE ARCH PARA ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	54
TABELA 15 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)	56
TABELA 16 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)	58
TABELA 17 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	59
TABELA 18 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	60
TABELA 19 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)	62
TABELA 20 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	63
TABELA 21 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO <i>IN SAMPLE</i> ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)	64
TABELA 22 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO <i>OUT-OF-SAMPLE</i> ARMA (1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS).....	65
TABELA 23 - PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	66
TABELA 24 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)	67
TABELA 25 - PREVISÃO AE SIMPLES 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	68
TABELA 26 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO AE SIMPLES 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)	69
TABELA 27 - PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS MENSAIS).....	70
TABELA 28 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	70
TABELA 29 - PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS MENSAIS).....	71
TABELA 30 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO AE SIMPLES 2015-2017 (DADOS MENSAIS)	71

TABELA 31 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (5) (DADOS DIÁRIOS)	73
TABELA 32 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (5) (DADOS MENSAIS)	73
TABELA 33 – MODELO AR(1) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	83
TABELA 34 – MODELO AR(2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	83
TABELA 35 – MODELO MA(1) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	84
TABELA 36 – MODELO MA(2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	84
TABELA 37 – MODELO ARMA(1,1) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)	85
TABELA 38 – MODELO ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)	85
TABELA 39 – MODELO ARMA(2,1) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)	86
TABELA 40 – MODELO AR(1) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	86
TABELA 41 – MODELO AR(2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	87
TABELA 42 – MODELO MA(1) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	87
TABELA 43 – MODELO MA(2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)	88
TABELA 44 – MODELO ARMA(1,1) 2007-2017 (DADOS MENSAIS).....	88
TABELA 45 – MODELO ARMA(2,1) 2007-2017 (DADOS MENSAIS).....	89
TABELA 46 – MODELO ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS).....	89
TABELA 47 – TESTE DE CHOW 2008 (DADOS DIÁRIOS)	92
TABELA 48 – TESTE DE CHOW 2010 (DADOS DIÁRIOS)	92
TABELA 49 – TESTE DE CHOW 2012 (DADOS DIÁRIOS)	92
TABELA 50 – TESTE DE CHOW 2008M06 (DADOS MENSAIS)	93
TABELA 51 – TESTE DE CHOW 2010M07 (DADOS MENSAIS).....	93
TABELA 52 – MODELO ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)	94
TABELA 53 - TESTE À CORRELAÇÃO DOS RESÍDUOS PARA ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)	94
TABELA 54 - TESTE ARCH PARA ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS).....	94
TABELA 55 – MODELO ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)	96
TABELA 56 - TESTE À CORRELAÇÃO DOS RESÍDUOS PARA ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)	96
TABELA 57 - TESTE ARCH PARA ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS).....	96
TABELA 58 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (10) (DADOS DIÁRIOS)	101
TABELA 59 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (25) (DADOS DIÁRIOS)	102
TABELA 60 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (10) (DADOS MENSAIS).....	103
TABELA 61 - <i>PERFORMANCE</i> DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (25) (DADOS MENSAIS).....	103

INTRODUÇÃO

A crescente necessidade de informações económico-financeiras que os agentes económicos, grupos de investidores, governos e até mesmo particulares participantes dos mercados financeiros procuram, como base para todas as suas decisões, tem-se revelado um tema de estudo de elevada importância.

A previsão de indicadores económicos tornou-se, nos dias de hoje, vital para o sucesso de quem está, direta ou indiretamente, relacionado com os mercados financeiros, locais e internacionais.

As taxas de câmbio representam um conceito muito importante na economia mundial, visto que, para qualquer transação envolvida em negócios internacionais, é fulcral ter conhecimento do estado e da evolução das respetivas taxas. Assim, prever os valores futuros de taxas cambiais representa um desafio que, apesar de não trivial, dá origem a inúmeras aplicabilidades de grande importância para todos os intervenientes em operações que envolvam duas ou mais moedas, referentes a dois ou mais países.

O facto das taxas de câmbio oscilarem ao longo do tempo, em valorizações e desvalorizações, permite que estas possam ser expostas como sucessões cronológicas, ou seja, as taxas cambiais registam um alternar de valores ao longo do seu desenvolvimento, tendo, desta forma, o mesmo aspeto gráfico de uma sucessão cronológica, também chamada de série temporal.

As séries temporais financeiras são, normalmente, estudadas e analisadas através da econometria, um ramo que interliga a matemática/estatística com o estudo económico, afim de relacionar as variáveis económicas através da aplicação de modelos estatísticos.

A base do presente trabalho incide precisamente no estudo, na análise e, sobretudo, na previsão de séries temporais que expressem os valores da taxa de câmbio EUR/USD. Assim, o objetivo deste estudo passa por encontrar um modelo que permita obter a melhor previsão possível da taxa de câmbio EUR/USD, através do auxílio de modelos econométricos que expressem os dados de maneira suficientemente satisfatória ao ponto de se obterem boas previsões da taxa em causa.

Deste modo, e para o estudo em causa, dividiu-se o trabalho em quatro partes, sendo que o último capítulo é referente às principais conclusões retiradas do estudo efetuado.

Inicialmente, no Capítulo 1, foi feita uma revisão geral da literatura sobre o tema abordado neste trabalho, assim bem como a sua importância na atualidade. Este capítulo é sumariado em duas secções, sendo que na primeira secção foi feito um enquadramento, recorrendo a estudos nacionais e internacionais, de como se posiciona o tema na atualidade, ou seja, qual a importância de realizar previsões a taxas de câmbio, especificamente a taxa EUR/USD, quais os modelos/métodos utilizados no processo de previsão e eventuais problemas encontrados nas previsões de séries temporais financeiras.

A segunda secção é, exclusivamente, dedicada à taxa de câmbio EUR/USD, onde foi utilizada uma abordagem mais teórica com o intuito de explicar a sua importância no mercado cambial, visto que a taxa em causa aparece como o par de divisas mais transacionado em todo o mundo. Esta secção foi construída numa sequência de evolução. Primeiramente, foi introduzido o conceito de dinheiro, assim como um resumo da sua história desde os primórdios da civilização, seguindo para necessidade de trocar duas moedas, ou formas de dinheiro, entre elas, ou seja, o aparecimento da primeira forma de câmbio no mundo. Desta forma, foi explicado o conceito de taxa de câmbio. Por fim, as atenções viraram-se para a taxa de câmbio EUR/USD, especificamente. Foi retratado um pouco da história destas duas moedas e apresentados alguns valores históricos do par, bem como a sua evolução desde o aparecimento do EURO.

O Capítulo 2 é dedicado, por inteiro, às séries temporais. Este capítulo, dividido em 3 secções, representa o grande suporte teórico que sustenta este trabalho, onde são abordados vários conceitos econométricos essenciais ao estudo de séries temporais. É iniciado pela introdução de conceitos gerais de econometria, tais como, estacionariedade, raiz unitária, quebras de estrutura e funções de autocorrelação e autocovariância. Seguidamente, são abordados os modelos econométricos lineares univariados, modelos esses que serão utilizados no presente estudo a fim de obter a melhor previsão possível, como foi referido anteriormente. Por último, uma secção dedicada, em exclusivo, à previsão de séries temporais, onde é introduzido o conceito de erro de previsão e onde são apresentados os modelos de previsão que irão estar no centro do estudo prático.

O Capítulo 3 é o capítulo prático, ou seja, onde são aplicados os conceitos apresentados e desenvolvidos no capítulo anterior. Recorreu-se, como suporte de apoio ao estudo desenvolvido, ao *software* Eviews, com o fim de proceder à análise descritiva e precisa das séries temporais utilizadas para o fim. Ao longo do processo prático, foram, constantemente, resumidas as principais conclusões retiradas de cada passo efetuado no estudo, com o propósito de fortalecer a apresentação dos resultados com a interpretação, embora que resumida, dos mesmos.

Na Conclusão são apresentadas e sumarizadas as principais ideias retiradas deste estudo, procurando estabelecer uma ligação crítica dos resultados apurados com a natureza dos dados em si. É explicado o processo prático na íntegra, passo por passo, e, ainda, apresentado um ponto de interesse deixado em aberto neste estudo, com a visão de ser desenvolvido num estudo futuro.

Por último, é de referir que no final do presente trabalho se encontra uma secção de Anexos, secção essa constituída por *outputs* que suportam a análise prática efetuada no Capítulo 3.

1. REVISÃO DA LITERATURA

1.1. ENQUADRAMENTO TEÓRICO

As taxas de câmbio têm protagonizado um tema predominante na discussão política entre países desenvolvidos ao longo dos anos. No mundo atual, as taxas de câmbio referentes aos países mais bem sucedidos economicamente tendem a oscilar ao longo do tempo. Este acontecimento prende-se com o facto de cada moeda ser afetada pelo mercado cambial, o que origina valorizações e desvalorizações, que por sua vez, podem ser constantes ou momentâneas.

Hoje em dia, as taxas de câmbio são reconhecidas como um vínculo decisivo entre a economia interna de um país e a economia internacional, onde a teoria por detrás dedica-se, principalmente, a entender o nível, ou pelo menos a fator de mudança, presente nas flutuações constantes das taxas de câmbio.

“Embora no curto prazo e de forma mais instantânea a taxa de câmbio que se verifica entre duas quaisquer moedas reflecta um preço formado a partir de um livre encontro entre a procura e oferta na permuta de duas moedas, a focalização da análise apenas nesses movimentos de procura e oferta, esconde os determinantes mais relevantes que explicam para além da mera conjuntura a evolução de cada taxa de câmbio e que se relacionam com a situação económica de cada país ou região. Sem prejuízo de um conjunto de factores de natureza mais volátil poderem ajudar a explicar determinada evolução, no longo prazo sobressaem as variáveis económicas, que num quadro de economias abertas ao exterior têm um papel decisivo na evolução da taxa de câmbio atendendo a que esta, em última instância, regula relações de troca entre os países e regiões.”

(Mota, 2017, p. 1)

De acordo com Cassel (1918), o valor real de um determinado conjunto de bens de dois países diferentes deve ser o mesmo, o que significa que a taxa de câmbio nominal entre duas moedas deve ser igual à proporção dos níveis de preços agregados entre os dois países, de modo a que uma unidade de moeda de um país tenha o mesmo poder de compra num país estrangeiro.

A esta teoria, desenvolvida por Cassel, deu-se o nome de Paridade do Poder de Compra, ou, *Purchasing Power Parity* (PPP). Desde então, esta teoria está interiorizada na forma de como os economistas pensam em relação ao mundo atual. Por exemplo, Dornbusch e Krugman (1976, p. 540) referem: “*Sob a pele de qualquer economista internacional existe uma crença profunda numa variante da teoria PPP da taxa de câmbio*”. Também Rogoff (1996, p. 647) expressou a

sua opinião sobre o assunto: “*Enquanto que alguns economistas empiricamente alfabetizados definem o PPP como uma proposição a curto prazo, a maioria acredita instintivamente numa variante do PPP como uma âncora para as taxas de câmbio reais a longo prazo*”.

A questão de como as taxas de câmbio se ajustam é central na política cambial, uma vez que os países com taxas de câmbio fixas precisam saber qual é a taxa de câmbio de equilíbrio e os países com taxas de câmbio variáveis qual o nível e variação nos valores reais e nominais das taxas de câmbio. Em termos gerais, a questão de saber se as taxas de câmbio se ajustam em direção a um nível estabelecido pelo PPP ajuda a determinar até que ponto o sistema macroeconómico internacional é autoequilibrado.

Uma vez que o EURO (EUR) e o DÓLAR americano (USD) são as duas maiores moedas do mundo, muitas empresas e particulares realizam negócios com base na taxa de câmbio respetiva. O principal fator que influencia a direção do EUR/USD é o poder relativo das duas economias. Uma taxa de câmbio forte indica uma economia crescente e estabilidade política para um país específico.

O que determina a taxa de câmbio EUR/USD? Alguns especialistas acreditam que os fundamentos, como os diferenciais de crescimento económico, são os principais determinantes; enquanto que outros observadores argumentam que as especulações e as expectativas levam a flutuações da taxa em causa.

Em 1997, Maccauley (1997), previu que a taxa de câmbio EUR/USD iria refletir resultados da inflação, do desempenho do crescimento e os desenvolvimentos a longo prazo nas posições de ativos em ambos os lados do Atlântico. A curto prazo, a relação entre os ciclos económicos e os ciclos associados na política monetária irá conduzir a variações da taxa de câmbio EUR/USD.

Ao construírem uma taxa de câmbio sintética para o par EUR/USD durante o período de 1975 a 1998, Clostermann e Schnatz (2000) identificaram quatro fatores determinantes presentes na taxa de câmbio EUR/USD: os diferenciais internacionais referentes aos juros, os preços relativos no setor dos bens (negociados e não negociados), o preço do petróleo e a posição relativa fiscal.

Embora a literatura económica inclua amplos estudos sobre taxas de câmbio (e muitos economistas propuseram diferentes teorias para explicar seus movimentos), nenhuma teoria pode explicar com precisão e certeza as mudanças da taxa de câmbio EUR/USD.

Wenhao (2004) afirma, em conformidade com os principais economistas, que o EURO, desde o momento da sua criação, tem vindo a valorizar numa escala superior face à sua desvalorização. Numa visão a longo prazo, o EURO tem um grande potencial de valorização relativamente ao DÓLAR americano.

Desta forma, a previsão das principais taxas de câmbio de todo o mundo, com especial foco para a taxa EUR/USD, revelou-se um tema com imensa importância para todos os participantes do mercado financeiro.

Será possível afirmar que as taxas de câmbio podem ser previstas? E sendo possível, qual, ou quais, os melhores modelos/procedimentos para alcançar essa previsão?

Tentar responder a estas questões representa um desafio complicado e complexo, visto que as respostas originam uma série de novas questões: quais os modelos a estimar? que métodos de previsão escolher? quais medidas de erro a serem utilizadas? qual a janela que produz uma melhor previsão? que amostra deve ser utilizada?

A teoria económica ainda não desenvolveu modelos econométricos eficazes para a previsão de taxas de câmbio, embora muitos dos estudos constituintes da literatura científica se tenham dedicado à estimativa do equilíbrio das taxas de câmbio [Cassel (1918); Samuelson (1964); Dornbusch (1979); Allen e Petter (1980); Frankel e Mussa (1985); Rogoff (1996); MacDonald (1999); Taylor (2009)].

Segundo Engel e West (2005), as taxas de câmbio podem incorporar informação sobre acontecimentos futuros. Por sua vez, Meese e Rogoff (1983, 1988) afirmaram que as taxas de câmbio são muito difíceis de prever através do uso de modelos económicos e concluíram que modelos econométricos conseguem prever valores futuros de taxas de câmbio com um desempenho muito superior ao dos modelos económicos usados para o mesmo fim, o que ficou conhecido como “o puzzle de Meese e Rogoff”.

De acordo com Wang (2008), a razão pela qual os modelos económicos encontram sérias dificuldades na previsão de taxas cambiais assenta no facto de não existir conexão aparente entre taxas de câmbio e fundamentos de economia. Os parâmetros são estimados com base em valores históricos enquanto que o poder de previsão é baseado na habilidade de prever valores de novos dados.

Parece ser muito difícil analisar como as taxas de câmbio oscilam, e, provavelmente ainda mais difícil, efetuar uma previsão para valores futuros. Existem muitos trabalhos referentes à modelação/previsão baseada em séries temporais de taxas de câmbio na literatura científica. Muitos autores [Dunis e Huang (2002); Akincilar *et al.* (2011); Ghalayini (2013); Weisang e Awazu (2014); Nwankwo (2014); Rimal (2014); Ayekple *et al.* (2015)] testaram o modelo Autoregressivo Integrado de Médias Móveis (ARIMA) para prever as taxas de câmbio. Foram utilizadas, como variáveis de estudo, séries temporais de taxas de câmbio com valores diários e mensais. Esses estudos comprovaram que os modelos ARIMA são relativamente precisos no desafio de prever taxas de câmbio.

Por exemplo, Akincilar *et al.* (2011) estudaram a previsão da taxa de câmbio do DÓLAR americano, do EURO e da libra esterlina, em relação à lira turca. Foram utilizados vários métodos de previsão e, seguidamente, comparados com os modelos ARIMA. O desempenho dos modelos foi estimado pela raiz do erro quadrático médio (RMSE) e pelo erro absoluto médio (MAE).

Já Dunis e Huang (2002), estimaram um modelo ARMA(4,4) que prevê a taxa de câmbio USD/EUR. Foi registado uma estimativa pouco eficaz, visto que a elasticidade era insignificante ao nível de confiança de 95%.

Por outro lado, Ghalayini (2013) concluiu que um modelo ARIMA simples pode fornecer uma equação que exprime a evolução da taxa de câmbio usd/eur, e com fácil interpretação. Embora a série temporal da taxa de câmbio apresente uma alta volatilidade, a presença de correlação na série sugere que o modelo não parece captar adequadamente a informação da correlação presente na série, e, assim, o modelo não é aconselhado para realização de testes de hipóteses ou previsão.

Também Weisang e Awazu (2014), desenvolveram uma modelagem ARIMA de forma detalhada, através de um caso de estudo, usando indicadores macroeconómicos para modelar a taxa de câmbio USD/EUR. Desenvolveram uma relação linear para a taxa de câmbio mensal USD/EUR durante o período de Janeiro de 1994 a Outubro de 2007.-

Um ponto de interesse na previsão de séries temporais prende-se com o facto de a previsão poder ser feita *in-sample* e *out-of-sample*. Em termos muito práticos, uma previsão *in-sample* produz resultados para o intervalo temporal da amostra da série temporal em estudo, enquanto que uma previsão *out-of-sample* é utilizada para a obtenção de valores futuros para uma data “fora” da janela temporal da série.

Inoue e Kilian (2005) ilustram que, para os modelos lineares, os testes *in sample* apresentam um poder superior relativamente a testes *out-of-sample*, contrariando, assim, a visão convencional onde a previsão é o teste final de qualquer modelo.

Rossi (2005) também levantou algumas suspeitas em relação ao poder de previsões *out-of-sample*, afirmando que o facto das previsões *out-of-sample* dum passeio aleatório simples superarem as previsões de um modelo económico não significa, necessariamente, que o passeio aleatório descreva os dados da melhor maneira possível.

Um dos problemas, comumente referido na literatura, encontrado no estudo de séries temporais é presença de quebras de estrutura, ou seja, acontecimentos pouco frequentes que têm um efeito permanente no nível da série. Assim, em vários estudos são analisados eventuais impactos resultantes da existência de quebras de estrutura.

Por exemplo, Ramos (2011), no estudo da cointegração de séries temporais relativas aos mercados financeiros, concluiu que os resultados obtidos eram diretamente afetados por quebras estruturais, presentes nas séries temporais utilizadas para a obtenção de resultados empíricos.

Declarada a importância na determinação endógena de quebras estruturais face aos eventuais impactos da sua existência, Hegwood e Papell (1998) aplicaram a técnica desenvolvida por Bai e Perron (1998), que permite a identificação das quebras estruturais presentes juntamente com os restantes parâmetros do modelo.

Concretamente, num vasto quadro de estudos realizados ao comportamento das taxas de câmbio é plausível admitir, como argumentaram Sarno e Taylor (2002) e Taylor (2004), a presença de quebras de estrutura.

Um outro método utilizado na previsão de séries temporais é o método de Alisamento Exponencial, cuja formulação surgiu na década de 50, a partir do trabalho original de Brown (1959) e Holt (1957), que estavam a trabalhar na criação de modelos de previsão para sistemas de controlo de *stock*.

Geralmente, o método de Alisamento Exponencial é considerado uma técnica barata que fornece uma boa previsão com uma ampla variedade de aplicações. Além disso, os requisitos de armazenamento de dados são mínimos, o que torna este método ideal para a aplicação em tempo real.

Em suma, todas estas questões se colocam com um propósito máximo: o interesse e ambição aquando do estudo de séries temporais em prever valores futuros. Assim, o objetivo passa por construir e ajustar modelos com o propósito de prever, o mais assertivo possível, o comportamento da série temporal.

1.2. TAXA DE CÂMBIO EUR/USD

“Money is a terrible master but an excellent servant” – P.T.Barnum¹

Do ponto de vista económico e financeiro, é crucial perceber exatamente o que significa o dinheiro e, tão ou mais importante, como ele influencia a economia global.

Porquê? Porque o dinheiro é a ferramenta mais importante utilizada no presente, estando no cerne de cada transação financeira e sendo um meio de troca e pagamento, uma unidade e forma de reserva de valor. Entender como funciona este instrumento é, digamos, vital, não apenas para perceber como funciona o sistema monetário e a economia, mas para entender o próprio mundo onde nos encontramos atualmente.

O dinheiro tem vindo a mudar de “forma”, passando por uma grande evolução que remonta às origens da própria civilização humana. Historiadores observaram que as antigas sociedades e impérios foram percebendo, ao longo do tempo, que era mais fácil e seguro trocar bens uns com os outros ao invés de ter de batalhar por eles.

Foi então que, já com a presença de moedas padronizadas pelos governos dos diferentes países e com o seu crescente comércio globalizado, apareceu o primeiro mercado cambial no séc. XVII na cidade de Amesterdão, Holanda.

¹ Citação sem referência, retirada de <https://due.com/blog/pt-barnum-quote-make-money-your-servant/>

O valor relativo das moedas não era apenas importante para os indivíduos que as detinham, eram igualmente um fator-chave para a prosperidade de inteiras nações e economias.

Em 1946, após a primeira e segunda guerra mundial e com o DÓLAR americano a desvalorizar cerca de 70% em relação ao ouro, as principais potências mundiais reuniram-se em Bretton Woods com o objetivo claro de restabelecer a ordem internacional, formalizando o uso do DÓLAR americano para valores monetários em todo o mundo.

Deste encontro, foram criados o Banco Internacional para a Reconstrução e Desenvolvimento (BIRD)² e o Fundo Monetário Internacional (FMI).³

Segundo Martins (2015), hoje em dia, todas as principais moedas se movem de forma independente das restantes, pelo facto de serem negociadas por quem quiser. Agora, bancos, fundos, corretoras, corporações e indivíduos singulares participam no mercado cambial, seja numa perspetiva meramente especulativa (para facilitar as transações) ou para se protegerem contra o risco cambial.

Mas afinal o que é o mercado cambial?

O mercado cambial, também designado por FOREX ou FX Market (Foreign Exchange Market) é o mercado financeiro onde se realizam todas as operações de compra e venda de moedas estrangeiras, ficando a sua existência ligada ao comércio internacional. Não é um espaço físico, mas sim um conceito abstrato utilizado sempre que existe uma compra e/ou venda de certas divisas.

Citando Campos (2010, p. 14),

“O Foreign Exchange Market, mais conhecido por Mercado Forex, é o maior mercado financeiro do mundo com um volume de negociação médio diário que ronda os 3.000.000.000.000,00 de dólares. Este mercado foi criado em 1977 e tem como funcionalidade a negociação (compra e venda) de qualquer moeda. (...) O Mercado Forex é um mercado que está em funcionamento 24 horas por dia e durante quase sete dias da semana. Este mercado segue o movimento do sol à volta da Terra, iniciando na Ásia, seguindo para a Europa e terminando nos EUA.”

² O Banco Internacional para a Reconstrução e Desenvolvimento (BIRD) foi criado a 27 de Dezembro de 1944, no seguimento da ratificação internacional dos acordos na Conferência Monetária e Financeira das Nações Unidas de Julho de 1944 em Bretton Woods (New Hampshire, EUA). O BIRD foi criado com o objetivo de financiar a reconstrução dos países que tinham sofrido com a Segunda Guerra Mundial. Atualmente, a sua principal missão é a luta contra a pobreza, através do financiamento e da concessão de empréstimos aos países em desenvolvimento.

³ O FMI é uma organização internacional com o objetivo de regular e atuar diretamente no funcionamento do sistema financeiro mundial. O FMI foi fundado em 1944, e possui mais de 187 países como seus aliados. O principal objetivo do FMI é evitar desequilíbrios no setor financeiro e nos sistemas cambiais.

É, então, necessário introduzir o conceito de taxa de câmbio, de forma a perceber o funcionamento do mercado cambial e consequentes operações entre diferentes moedas.

“Uma taxa de câmbio, ao representar uma relação de permuta entre duas moedas, indica o fator de conversão de uma moeda na outra”, (Mota & Custódio, 2007). Referindo-se ao preço de uma moeda expressa numa outra unidade monetária, ou seja, quantas moedas A são necessárias para obter a moeda B.

A notação $A/B = x$ significa x unidades de B por **uma** unidade de A .

A compra de A/B significa que iremos receber a moeda A e pagar a moeda B , enquanto que a venda de A/B significa que iremos pagar A e receber B .

A uma taxa de câmbio estão associados dois preços: por um lado temos o preço de compra do mercado, que representa o preço pelo qual o mercado está disposto a comprar uma divisa; por outro lado temos o preço de venda do mercado, que simboliza o preço ao qual o mercado está disposto a vender uma divisa.

O regime de câmbios está compreendido em dois tipos: câmbios fixos ou câmbios variáveis/flexíveis. O regime de câmbios fixos tem como característica uma elevada estabilidade cambial, garantida pelas autoridades monetárias. No regime de câmbios variáveis a taxa de câmbio é determinada pelo resultado da oferta e procura no mercado, não existindo intervenção das autoridades monetárias.

Lima (2005, p. 16) afirma que:

“O resultado da oferta e da procura de uma dada moeda por outra é refletida na taxa de câmbio, tendo importantes consequências no bem-estar económico de um país, quer ao nível do crescimento económico, quer ao nível da captação do investimento estrangeiro (transações rentáveis podem, de repente, tornar-se em maus investimentos, se a taxa de câmbio se mover na direção errada).”

As operações têm como data valor universal os dois dias úteis (seja no mercado interbancário⁴, seja nas operações entre as instituições financeiras e os seus clientes – mercado balcão⁵) o que significa que os dois fluxos financeiros inerentes a cada transação ocorrem dois dias úteis após o dia em que a mesma foi negociada.

Caso particular da taxa de câmbio EUR/USD:

“The euro first appeared and began trading at the beginning of 1999. This new currency was met with much anticipation, and also much debate regarding how it would be received and what role it would play in international finance. From the start it was clear that trading activity in the euro for US dollars (USD/EUR) would make this the most important currency pair in the foreign exchange market.”

(Brzeszczynski & Melvin, 2006, p. 26)

Em 1913 foi criada a Reserva Federal (FED), que é o banco central dos EUA, país que possuiu a maior economia de todo o mundo, economia essa representada pelo DÓLAR americano (USD).

O USD é uma referência que negocia contra outras moedas influentes no mundo, nomeadamente o EURO.

A de 1 de Junho de 1998, foi criado o Banco Central Europeu (BCE), com sede em Frankfurt, na Alemanha. Dia 1 de Janeiro de 1999, o EURO foi introduzido nos estados membros que reuniam os critérios necessários e que optaram por adotar a nova moeda. Neste dia, as taxas de câmbio dos países participantes foram irrevogavelmente fixadas e os membros deram início à implementação de uma política monetária comum.

O EURO foi introduzido como moeda legal e as onze moedas⁶ correntes destas nações tornaram-se subdivisões dele. Finalmente, dia 1 de Janeiro de 2002, os estados membros introduziram fisicamente as novas cédulas e moedas bancárias do EURO. No final de Fevereiro, as moedas correntes nacionais haviam sido removidas por completo e o EURO tornou-se a moeda única da União Europeia.

⁴ É o núcleo mais importante do Mercado Monetário que, como o próprio nome indica, é aquele onde as Instituições Financeiras obtêm e concedem empréstimos entre si. As operações realizadas no mercado interbancário têm a supervisão do respetivo Banco Central que divulga diariamente estatísticas com a síntese das mesmas.

⁵ Mercado de balcão são todas as distribuições, compra e venda de ações realizadas fora da bolsa de valores. É onde são fechadas operações de compra e venda de títulos, valores mobiliários, *commodities* e contratos de liquidação futura, diretamente entre as partes ou com a intermediação de instituições financeiras, mas tudo fora das bolsas.

⁶ Os 11 estados membros da União Europeia que participavam da moeda corrente comum eram: Áustria, Bélgica, Finlândia, França, Alemanha, Irlanda, Itália, Luxemburgo, Portugal, Espanha e Holanda.

O EUR/USD é o par de divisas mais negociado do mundo. O EUR/USD consiste em duas divisas ou moedas que criam um “par”.

O EUR/USD é uma comparação entre o valor de uma divisa em relação à outra. Por exemplo, a cotação EUR/USD 1.3535 significa que 1 EURO é trocado por 1.3535 Dólares Americanos. Se a cotação vai de EUR/USD 1.3535 para EUR/USD 1.3600, o EURO está a ficar mais forte e o DÓLAR está a ficar mais fraco.



FIGURA 1 - HISTÓRICO DE VALORES DA TAXA DE CÂMBIO EUR/USD ENTRE 2000 E 2017

Na FIGURA 1 podemos observar a evolução da taxa de câmbio EUR/USD desde o momento em que o EURO entrou em vigor (fisicamente) como moeda única da União Europeia.

É visível que esta taxa de câmbio atingiu o seu valor máximo, neste intervalo temporal, em 2008, ano marcado pela crise da dívida pública europeia, muitas vezes referida como crise da Zona Euro.

Verifica-se, também, que a taxa EUR/USD traçou um aumento quase constante de 2000 até 2008 e um decréscimo progressivo, embora com alguns períodos de valorização, de 2008 até aos dias de hoje.

“The dollar-euro market is probably the biggest casino on the globe (...)”

(Priewe, 2016)

2. SÉRIES TEMPORAIS

Antes da apresentação e, consequente, análise e interpretação dos testes (econométricos) práticos necessários para o sucesso deste trabalho, será importante reter alguns conceitos teóricos essenciais para uma boa interpretação das matérias em estudo.

Primeiramente o foco estará recaído sobre as séries temporais, mais propriamente tentar dar resposta à pergunta basilar, que é: o que é uma série temporal?

De seguida indicar e enumerar quais os motivos e propósitos do estudo das séries temporais, dando, claramente, uma maior atenção à motivação inerente a esta tese.

Estando estas bases principais consolidadas, é então possível, prosseguir para os conceitos econométricos que necessitaram de uma explicação mais abrangente, e onde se dá, então, início à introdução de conteúdos teóricos subjacentes à previsão de séries temporais, que é, ao fim de contas, tema central desta tese.

Este processo explicativo tende a ser, de certa forma, estruturado e conciso para que, de uma forma sumária e prática, se possa compreender todo o processo por detrás da previsão de séries temporais financeiras e, igualmente importante, todos os conteúdos envolvidos no mesmo.

Em termos bibliográficos, foram essencialmente consultados (entre outros), de uma forma mais completa e atenta, dois livros: (Johnston & Dinardo, 2001; Murteira, Muller, & Turkman, 1993), onde existe um detalhado esclarecimento e uma boa interligação dos conteúdos.

2.1. NOÇÕES GERAIS EM SÉRIES TEMPORAIS

O registo de fenómenos a variar irregularmente com o tempo tem o nome de série temporal (Kitagawa, 2010).

Uma série temporal define-se como o conjunto de observações feitas em períodos sucessivos de tempo, durante um determinado intervalo e caracteriza-se sendo:

$$Y_t \text{ (discreta), } t = 1, 2, \dots, n \quad \text{ou} \quad Y(t) \text{ (contínua), } t \in T \subseteq \mathbb{R}$$

Assim, contrariamente ao que se passa em relação a amostras aleatórias⁷, nas séries temporais o instante em que é efetuada cada observação singular precisa de ser registado e é utilizado na análise e modelação da série.

Na maioria dos casos as observações são igualmente intercaladas, enquanto que existem outros casos onde as variáveis existentes evoluem continuamente ao longo do tempo (caso das taxas de câmbio).

⁷ Seja X uma população. Chamaremos amostra aleatória de X de tamanho n , a um conjunto (X_1, X_2, \dots, X_n) de variáveis aleatórias independentes e todas com a mesma distribuição (Nunes, 2012).

Séries temporais constituídas por uma única observação em cada ponto são chamadas de séries temporais *univariadas*. Ao invés, séries temporais que são obtidas pela gravação simultânea de dois ou mais fenômenos são chamadas de séries temporais *multivariadas*.

Neste trabalho o foco recairá, por defeito, apenas sobre séries temporais *univariadas*.

Na FIGURA 2 podemos observar exemplos de séries temporais extraídos de Casella, Fienberg, & Olkin (2006, pp. 2, 4).

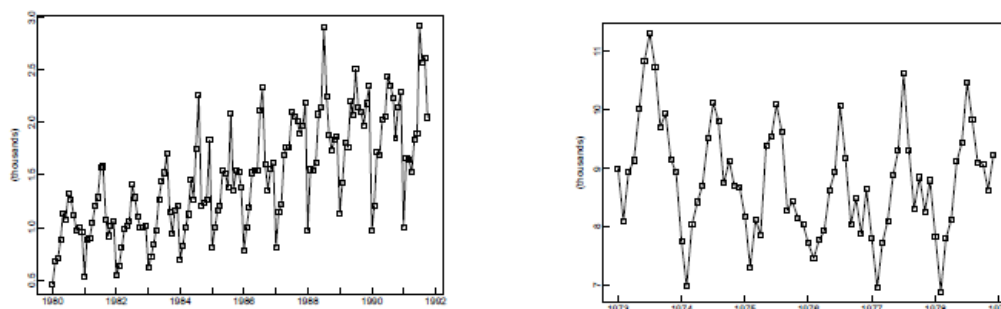


FIGURA 2 - VENDAS DE VINHO TINTO AUSTRALIANO (JAN '80 - OCT '91) / NÚMERO DE MORTES (MENSIS) ACIDENTAIS (1973-1978)

De uma forma objetiva, o leque das principais etapas de um estudo estruturado de séries temporais fica resumido em:

Descrição: a descrição de uma série temporal simboliza uma tarefa primária mesmo quando o grande objetivo do estudo é algo mais complexo. Primeiro, representam-se os dados através de gráficos (cronogramas) e identificam-se os *outliers*⁸. É também usual recorrer-se a medidas estatísticas para poder descrever os dados e calcular, por exemplo: a média aritmética e a variância de todos os termos, a distância média entre máximos ou mínimos (locais), a taxa de variação no intervalo total ou intervalos parciais, etc (Murteira et al., 1993).

Modelação: na modelação das séries temporais o foco passa por identificar a estrutura (estocástica e/ou determinística) e o modelo apropriado. Como existem vários tipos de séries temporais, é necessário selecionar uma classe adequada ao modelo e estimar os parâmetros incluídos no modelo (Kitagawa, 2010).

Previsão: com base nas correlações ao longo do tempo entre as variáveis, é possível prever, com maior ou menor precisão, o comportamento (futuro) de séries temporais usando observações atuais e passadas.

Controlo: uma série temporal pode traduzir uma característica quantitativa de uma produção em série. Enquanto assistirmos a uma característica dentro dos limites previamente estabelecidos, admite-se que o processo está sob controlo e a produção prossegue; caso contrário, a produção terá de ser interrompida e terão de se encontrar e corrigir os fatores responsáveis pelo comportamento invulgar.

⁸ As observações que apresentam um grande afastamento das restantes ou são inconsistentes são habitualmente designadas por outliers.

2.1.1. ESTACIONARIEDADE

De uma forma geral, o objetivo da análise das séries temporais incide em fazer inferências sobre um processo estocástico desconhecido, tendo como informação disponível uma única realização observada.

Matematicamente, um processo estocástico é uma coleção ordenada de variáveis aleatórias (Murteira *et al.*, 1993). Um processo estocástico é então um conjunto de variáveis aleatórias indexadas a uma variável temporal pertencente a um dado subconjunto real.

DEFINIÇÃO.

Um *processo estocástico* é qualquer família de variáveis aleatórias $\{X(t), t \in T\}$ em que T é o conjunto dos índices representativos do tempo.

Concretamente, um processo estocástico pode assumir formas muito variadas, mas, seguindo o foco desta tese, a análise passa apenas por alguns tipos de processos que têm um papel mais relevante para o estudo de séries temporais.

Uma das características fundamentais das séries temporais é a estacionariedade, pois, grande parte dos modelos econométricos e da inferência estatística só é válida para séries estacionárias.

Em termos gerais, os processos estacionários traduzem o estado de equilíbrio em torno de um nível médio fixo, ou seja, o processo estocástico associado tem propriedades estatísticas que são estáveis e invariantes ao longo do tempo.

DEFINIÇÃO.

Dado um processo estocástico $X(t)$, tal que para todo o $t \in T$, $E(X(t)^2) < +\infty$, define-se a sua:

1. Função de valor médio, $\mu(t)$, como sendo:

$$\mu(t) = E(X(t))$$

2. Função de variância, $\sigma^2(t)$, como sendo:

$$\sigma^2(t) = Var(X(t))$$

3. Função de covariância, $\gamma(t_1, t_2)$, como sendo:

$$\begin{aligned} \gamma(t_1, t_2) &= cov(X(t_1), X(t_2)) = E\{[X(t_1) - \mu(t_1)][X(t_2) - \mu(t_2)]\} \\ &= E[X(t_1)X(t_2)] - \mu(t_1)\mu(t_2) \end{aligned}$$

4. Função de correlação, $\rho(t_1, t_2)$, como sendo:

$$\rho(t_1, t_2) = \frac{\gamma(t_1, t_2)}{\sigma(t_1)\sigma(t_2)} = \frac{cov(X(t_1), X(t_2))}{\sqrt{Var(X(t_1))Var(X(t_2))}}$$

DEFINIÇÃO.

Um processo estocástico $\{X(t), t \in T\}$ diz-se *fracamente estacionário* ou estacionário de 2ª ordem se $\forall t \in T$, tem-se:

1. $E(X(t)) = \mu$
2. $Var(X(t)) = \sigma^2 < +\infty$
3. $Cov(X(t_1), X(t_2)) = \gamma(t_1, t_2) = \gamma(|t_2 - t_1|)$, $t_1, t_2 \in T$

Logo, uma série é *fracamente estacionária* se tiver média e variância constantes ao longo do tempo, e a covariância entre valores desfasados da série depende apenas do valor da distância temporal entre eles.

Uma série temporal que não verifica a definição acima estabelecida diz-se não estacionária.

Ou seja, uma série é dita estacionária quando se desenvolve aleatoriamente no tempo em torno de uma média constante.

A estacionariedade implica estacionariedade fraca, mas o contrário não é necessariamente verdadeiro (só é verdade para uma distribuição Gaussiana).

Duma forma geral, as séries temporais financeiras (motivo de estudo aqui presente) descrevem um comportamento não estacionário, pelo que uma das etapas passa por estabilizar uma série não estacionária. Apresentam-se, de seguida, dois processos usualmente utilizados:

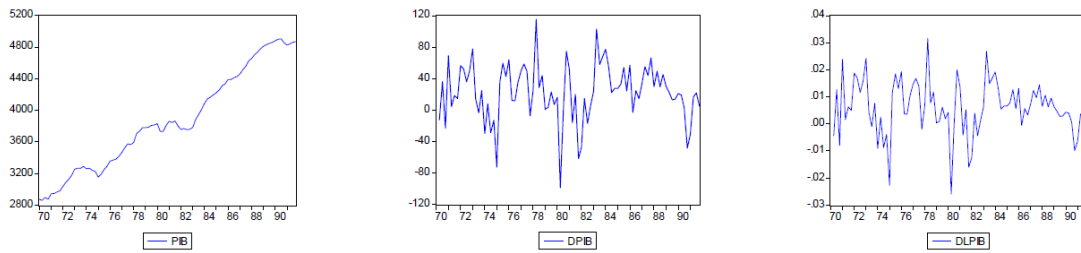
Diferenças Sucessivas:

$$\begin{cases} \Delta X_t = X_t - X_{t-1} \\ \Delta^2 X_t = X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2} \end{cases}$$

Diferenças Logaritmizadas (Retornos ou Rendibilidades):

$$\Delta \log(X_t) = \log(X_t) - \log(X_{t-1})$$

Se uma série não estacionária for diferenciada d vezes antes de se tornar estacionária, é dita integrada de ordem d e denotada por $X_t \sim I(d)$. Uma série estacionária diz-se integrada de ordem zero, $I(0)$. Para uma visualização dos conceitos em termos gráficos segue-se a FIGURA 3.



**Série Inicial
(em níveis)**

**Série em
Diferenças
Sucessivas**

**Série em Diferenças
Logaritmizadas**

FIGURA 3 - PROCESSOS DE ESTABILIZAÇÃO DA ESTACIONARIEDADE DE UMA SÉRIE TEMPORAL

Na FIGURA 4 temos um exemplo representativo de uma série não estacionária e de uma série estacionária. Na série não estacionária observa-se uma tendência não linear e uma variância oscilante, enquanto que na série estacionária não demonstra nenhum declive na sua composição e desenvolve-se ao longo da média.

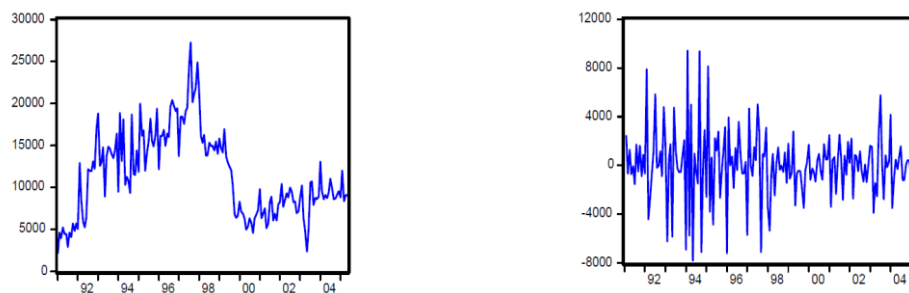


FIGURA 4 – EXEMPLO DE SÉRIE NÃO ESTACIONÁRIA / ESTACIONÁRIA

Uma sequência $\{\varepsilon_t\}$ define-se como **ruído branco** se tem média nula, variância constante e não apresentar correlação serial, isto é:

Um processo ε_t é um **ruído branco** se se verificar:

1. $E(\varepsilon_t) = 0$;
2. $E((\varepsilon_t)^2) = \sigma^2$;
3. $E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$, com $i \neq j$

O **ruído branco** representa-se, em geral, por:

$$\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

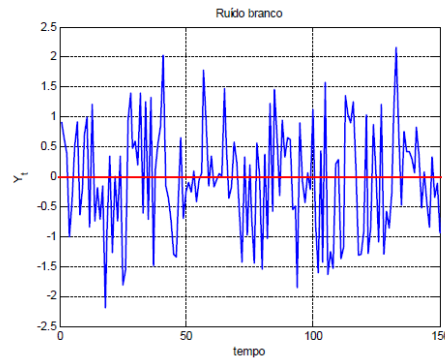


FIGURA 5 – EXEMPLO DE UM RUÍDO BRANCO (WHITE NOISE)

Na FIGURA 5 observa-se um exemplo de “ruído branco (white noise)”.

Os erros provenientes de bons modelos devem ser ruídos brancos, porque se não o forem indica que são correlacionados, o que indicia que a modelização e a previsão não têm grande suporte.

2.1.2. RAÍZ UNITÁRIA & QUEBRAS DE ESTRUTURA

RAÍZ UNITÁRIA

A existência de raízes unitárias em séries temporais financeiras tem sido objeto de extensa pesquisa teórica e empírica ao longo das últimas décadas (Libanio, 2005).

Considere-se o modelo:

$$X_t = \rho X_{t-1} + \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

Com o intuito de verificar a natureza de uma série (ou seja, a existência de tendência determinística ou estocástica⁹), consideram-se os seguintes cenários:

1. Se $\rho = 0$, estamos na presença de um processo estocástico em torno de uma tendência linear, apresentando, assim, tendência determinística – **série não estacionária**;
2. Se $\rho = 1$ e $\beta_1 = 0$, existe tendência estocástica, obtendo-se um processo estacionário puro em primeiras diferenças, designado passeio aleatório – **série não estacionária**;

⁹ Uma série apresenta uma tendência determinística se apenas variar em função do tempo, ou seja, $X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$; se apresentar a forma $Z_t = Z_{t-1} + \alpha + \varepsilon_t$, então afirma-se que a série possui uma tendência estocástica.

3. Se $\rho = 1$ e $\beta_0, \beta_1 \neq 0$, obtemos um passeio aleatório com *drift*¹⁰ e tendência determinística – **série não estacionária**;

4. Se $0 < \rho < 1$, então existe correlação serial, mas não existe tendência estocástica – **série estacionária**.

De uma forma geral, testar a não estacionariedade de uma série temporal é averiguar se $\rho = 1$, ou seja, que a série em análise possui uma raiz unitária e, dessa forma, não é estacionária.

TESTE DE RAÍZ UNITÁRIA

Variáveis cujas médias e/ou variâncias mudam com o tempo são conhecidas como variáveis não estacionárias ou variáveis que possuem raiz unitária. O número de diferenças (*lags*)¹¹ necessárias para que uma série se torne estacionária é conhecido como ordem de integração da série. Uma série $I(d)$ contém d raízes unitárias.

Os testes de raízes unitárias foram definidos para detetar se a série é ou não estacionária. Para o efeito, testa-se geralmente a hipótese nula de que a série não é estacionária (ou seja, possui raiz unitária) *versus* a hipóteses de que a série é estacionária (não possui raiz unitária).

Testes de raízes unitárias possuem um papel muito importante na análise de séries temporais, mas o desempenho dos mesmos depende de um conjunto de pressupostos que são, muitas vezes, questionáveis em aplicações empíricas. A suposição de que o processo gerado é linear parece ser bastante restrito em algumas circunstâncias. Frequentemente, a série em causa é transformada em logaritmo antes de se proceder ao teste de raiz unitária.

Os testes de raízes unitárias são capazes de detetar se a série foi suficientemente diferenciada para se tornar estacionária.

TESTE DE RAÍZ UNITÁRIA		
$H_0: \rho = 1$	<i>vs</i>	$H_1: \rho \neq 1$
(série não estacionária)		(série estacionária)

¹⁰ Uma das características destes processos é a persistência dos choques aleatórios (processos com memória infinita). O efeito de cada termo de erro não se dissipa ao longo do tempo, o processo guarda a informação de todos os choques sofridos até ao período corrente (Ramos, 2011).

¹¹ Define-se o operador *lag*, L , como sendo $L(X_t) = X_{t-1}$, ou mais geralmente, $L^s(X_t) = X_{t-s}$, com s inteiro.

Atendendo a vários testes de raiz unitária, são destacados os dois mais usuais: o teste de Dickey-Fuller (DF) e de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) e o teste de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS).

Nestes testes, para se poder inferir acerca da rejeição (ou não) de H_0 , não é correto utilizar diretamente o valor da estatística de teste t , dado que a distribuição de DF não é assimétrica e por isso os valores críticos devem ser gerados.

O teste de Dickey-Fuller (DF) parte da pressuposição de que os erros são independentes e identicamente distribuídos (iid), ou seja, não apresentam qualquer autocorrelação.

Subtraindo X_{t-1} nos dois lados da equação

$$X_t = \rho X_{t-1} + \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

obtém-se:

$$X_t - X_{t-1} = (\rho - 1)X_{t-1} + \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

Onde, considerando

$H_0: \rho = 1$ (a série não é estacionária)

$H_1: \rho < 1$ (a série é estacionária)

Obtém-se o teste da raiz unitária de Dickey-Fuller (DF).

Se ε_t não é ruído branco, então utiliza-se uma correção. Neste caso, será introduzido o teste com a correção paramétrica, conhecido por teste de Dickey-Fuller Aumentado (ADF), (Phillips, 1988), que sugere aumentar a regressão, adicionando termos suficientes em ΔX_{t-1} para branquear os resíduos (eliminar a autocorrelação). Então, o teste ADF é a estatística- t usada para testar o coeficiente de X_{t-1} em:

$$\Delta X_t = (\rho - 1)X_{t-1} + \sum \beta_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$$

Tem a mesma distribuição assintótica de Dickey-Fuller (DF) e não depende de β_i . Na prática, o teste ADF distingue-se do teste DF pelo facto de introduzir desfasamentos na equação. Deste modo, nos teste de ADF é considerado uma atualização do modelo onde são adicionados valores desfasados das variáveis independentes, ou seja, a principal vantagem do teste ADF em relação ao DF é que o teste ADF garante que os resíduos não apresentam autocorrelação.

Por sua vez o teste de raiz unitária KPSS foi criado com o intuito de criar um contraponto aos tradicionais testes de raiz unitária. Ou seja, no teste KPSS considera-se

$H_0: \rho < 1$ (a série é estacionária)

$H_1: \rho = 1$ (a série não é estacionária)

Sendo $S_t = \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$ e $\hat{\sigma}^2$ um estimador para a variância dos erros, a estatística de teste é dada por:

$$LM = \sum_{t=1}^n \frac{S_t^2}{n^2 \hat{\sigma}^2}$$

Os valores críticos para as significâncias habituais (1%, 5% e 10%) foram indicados por KPSS (1992) de acordo com os valores assintóticos determinados.

Ou seja, o critério de rejeição da hipótese nula é:

Rejeitar H_0 se $LM_{KPSS} > \text{valores críticos}$.

O teste de raiz unitária KPSS é usado como um complemento ao teste DF ou ADF, justamente porque apresenta uma variação na argumentação das hipóteses de teste. Resumindo, se por lado se testa a não estacionariedade de uma série através do teste DF e ADF, testa-se, por sua vez, a estacionariedade da mesma série através do teste KPSS.

QUEBRAS DE ESTRUTURA

A análise e previsão de séries temporais são ambas baseadas no conceito de estacionariedade – onde se verifica um comportamento constante dos parâmetros da série.

Mas o que acontece quando ocorre uma perturbação nos parâmetros? – existência de quebras de estrutura.

Segundo Hansen (2001), uma alteração estrutural é uma imposição nos parâmetros de uma série temporal e que apenas tem algum significado se estes estiverem aplicados a um determinado modelo. Diz-se que existiu uma quebra de estrutura quando pelo menos um dos parâmetros, presentes no modelo, tiver sofrido uma alteração numa determinada data – data de quebra.

As quebras de estrutura em séries temporais representam um tópico particularmente sensível para o investigador, na medida em que uma análise pouco cuidada pode resultar em conclusões incorretas no que diz respeito à aceitação de modelos instáveis para previsão.

A quebra de estrutura em séries temporais é definida como uma instabilidade nos parâmetros de um processo de geração de dados ou num determinado modelo de previsão. Quanto maior for o período temporal dos dados em análise, maior será a probabilidade da ocorrência de quebras de estrutura.

As alterações estruturais podem apresentar várias nuances: podem afetar todos os parâmetros do modelo ou apenas uma parte deles; podem ser abruptas ou graduais; podem ocorrer numa data conhecida ou desconhecida; etc...

Mas afinal, qual é a razão, ou razões, da ocorrência de quebras de estrutura?

De acordo com Valentinyi-endr (2004), as quebras de estrutura estão, normalmente, associadas a situações marcantes, tanto ao nível económico como político. Alteração no mercado de taxas de câmbio, mudanças na política monetária, entre outras medidas político-económicas, constituem apenas alguns dos exemplos que podem estar na origem do aparecimento de uma quebra estrutural.

Existe uma ampla evidência empírica no que respeita a quebras de estrutura em séries económicas e financeiras, daí a importância de as considerar aquando da análise e estudo de séries temporais. Ignorar a presença das quebras de estrutura pode conduzir a conclusões incorretas acerca do comportamento de certos parâmetros presentes no modelo utilizado.

QUEBRAS DE ESTRUTURA NA PREVISÃO DE SÉRIES TEMPORAIS

Muitos dos modelos estabelecidos para a previsão de séries temporais económicas e financeiras são afetados pela chamada instabilidade estrutural.

Quebras que ocorrem nos parâmetros de modelos de previsão podem surgir como consequência de fatores, direta ou indiretamente, relacionados com alterações nos principais mercados financeiros, assim como mudanças no domínio económico-político.

Pesaran and Timmermann (2004) afirmam que a instabilidade estrutural, como referido, pode ter um impacto significativo na performance de modelos de previsão já existentes. Embora essas implicações não tenham sido devidamente exploradas e analisadas, tem-se conhecimento que muitos dos modelos econométricos de previsão têm um fraco desempenho em torno dos pontos de quebra. Estes mesmos pontos representam claramente um fator determinante para economistas e investigadores, na medida em que permitem uma melhor compreensão de como conceber modelos de previsão perante o parâmetro da instabilidade.

Pesaran e Timmermann também mostraram que numa simples regressão com uma única quebra, a janela ótima de estimação inclui todas as observações que se situam depois da quebra e ainda algumas observações situadas antes da quebra.

TESTES PARA DETETAR O NÚMERO E A LOCALIZAÇÃO DE QUEBRAS DE ESTRUTURA

Os estudos econométricos acerca de modelos que possuem quebras de estrutura na sua composição têm procurado responder aos seguintes desafios: testar endogenamente a presença e o número de quebras de estrutura; construir um algoritmo que possa localizar as quebras; descrever as propriedades assintóticas do estimador que permite localizar as quebras.

Quando o momento da quebra é conhecido, podemos utilizar o teste $Chow^{12}(-F)$ para testar a hipótese nula, que representa a ausência de quebras no modelo onde os erros seguem distribuição normal; quando os erros seguem outra distribuição que não a normal, podemos usar o teste de *Wald*, o *Multiplicador de Lagrange*, entre outros.

Quando a localização da quebra, k , não é conhecida, a realização dos testes fica um pouco mais complexa pois surge o parâmetro de perturbação, k , que aparece quando não se rejeita a hipótese alternativa. O teste baseado em OLS (os testes baseados no método OLS são utilizados para detetar quebras, quer na média, quer na variância) foi desenvolvido por Quandt. Primeiramente foi calculada a estatística de teste $Wald^{13}$ para todos os possíveis valores de k e só depois se considerou o seu valor máximo, denominado por *SupWald*.

Em 1993, Andrews¹⁴ aproximou a distribuição da estatística de teste *SupWald* e determinou os seus valores críticos. Quando a hipótese nula é rejeitada, a localização da quebra pode ser estimada através do $argmax SupWald$.

A identificação do número e correspondente localização de quebras também pode ser obtida através da seleção do modelo com menor valor de Critério de Informação (AIC e BIC, por exemplo). Se, numa determinada localização, k , o modelo apresentar um valor de Critério de Informação (IC) inferior ao IC do modelo sem quebras de estrutura, então será suficiente para provar a existência de quebras.

Em termos formais:

Primeiramente vamos considerar, por convenção, que o período de amostragem é representado por $t = 1, \dots, n$, e que a data de quebra é denotada por T_1 .

O modelo de quebra de estrutura completa é:

$$\begin{aligned} X_t &= \beta'_1 Y_t + \varepsilon_t, & t \leq T_1 \\ X_t &= \beta'_2 Y_t + \varepsilon_t, & t > T_1 \end{aligned}$$

ou então,

$$X_t = \beta'_1 Y_t 1(t \leq T_1) + \beta'_2 Y_t 1(t > T_1) + \varepsilon_t$$

Já o modelo de quebra de estrutura parcial vem:

$$X_t = \beta'_0 Z_t + \beta'_1 Y_t 1(t \leq T_1) + \beta'_2 Y_t 1(t > T_1) + \varepsilon_t$$

¹² Gregory Chow nasceu a 25 de Dezembro de 1930 em Guangdong, China. Destacou-se como economista na Universidade de Princeton. O teste de Chow é muito usado na econometria, para testar quebras de estrutura.

¹³ Abraham Wald foi um matemático húngaro, nascido a 13 de Dezembro em Cluj. Os seus maiores contributos estão ligados a áreas como teoria de decisão, geometria e econometria.

¹⁴ Donald Andrews, um economista canadiano que nasceu em 1955, é especialista em econometria, tendo mesmo publicado diversos artigos no jornal *Econometrica*.

ABORDAGEM CLÁSSICA**Teste de Chow**

- Assume que T_1 é conhecido
- Hipótese nula: $\beta'_1 = \beta'_2$
- Mínimos quadrados:

$$X_t = \hat{\beta}'_0 Z_t + \hat{\beta}'_1 Y_t 1(t \leq T_1) + \hat{\beta}'_2 Y_t 1(t > T_1) + \hat{\varepsilon}_t$$

- Modelo de quebra completa:

$$\begin{aligned} X_1 &= Y_1 \beta_1 + \varepsilon_1 & \hat{\beta}_1 &= (Y_1' Y_1)^{-1} (Y_1' X_1) & \hat{\varepsilon}_1 &= X_1 - Y_1 \hat{\beta}_1 \\ X_2 &= Y_2 \beta_2 + \varepsilon_2 & \hat{\beta}_2 &= (Y_2' Y_2)^{-1} (Y_2' X_2) & \hat{\varepsilon}_2 &= X_2 - Y_2 \hat{\beta}_2 \end{aligned}$$

$$SSE(T_1) = \hat{\varepsilon}_1' \hat{\varepsilon}_1 + \hat{\varepsilon}_2' \hat{\varepsilon}_2$$

- Estatística de teste – F

$$F(T_1) = \frac{\frac{(SSE - SSE(T_1))}{k}}{SSE(T_1)(n - m)}$$

onde $k = \dim(\beta_1)$, n = tamanho do intervalo de amostragem e m = número de parâmetros.

- Estatística de teste de Wald – W

$$W(T_1) = n(\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2)' \left(\frac{\hat{V}_1 n}{T_1} + \frac{\hat{V}_2 n}{n - T_1} \right)^{-1} (\hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2)$$

onde \hat{V}_1 e \hat{V}_2 são estimadores padrão da variância assintótica para $\hat{\beta}_1$ e $\hat{\beta}_2$.

ABORDAGEM MODERNA**Teste de Andrews**

- Datas de quebras desconhecidas
- Testes *Sup*

$$\text{Sup } F = \sup_{T_1} F(T_1)$$

$$\text{Sup } W = \sup_{T_1} W(T_1)$$

- O *Sup* assume todas as datas de quebra T_1 no intervalo $[t_1, t_2]$, onde $t_1 \gg 1$ e $t_2 \ll n$.
- A região $[t_1, t_2]$ contém os candidatos a data de quebra.
- É recomendado utilizar o intervalo $t_1 = [.15n]$, $t_2 = [.85n]$

2.1.3. FUNÇÕES DE AUTOCOVARIÂNCIA E AUTOCORRELAÇÃO

O estudo e análise de processos estacionários pode fazer-se no domínio do tempo, onde se atribui um papel fulcral e decisivo às funções de autocovariância e autocorrelação. A partir deste momento iremos sempre considerar que os processos estocásticos são, no mínimo, estacionários de 2ª ordem (estacionariedade fraca).

Para estes processos e devido à condição que é imposta à sua função de covariância, $Cov(X(t_1), X(t_2)) = \gamma(t_1, t_2) = \gamma(|t_2 - t_1|)$, esta pode reduzir-se a uma função de uma única variável.

Surge, então, a **função de autocovariância**, representada por:

$$\gamma(k) = cov(X(t), X(t+k))$$

Analogamente, define-se a **função de autocorrelação**:

$$\rho(k) = corr(X(t), X(t+k)) = \frac{cov(X(t), X(t+k))}{\sqrt{Var(X(t))Var(X(t+k))}}$$

Como $Var(X(t+k)) = Var(X(t)) = \gamma(0)$, vem que:

$$\rho(k) = \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}$$

Fora casos muito especiais, o aumento de k implica, implicitamente, o decréscimo de $\gamma(k)$ e de $\rho(k)$. Na verdade, à medida que k aumenta, é de esperar que a capacidade de memória de processo seja limitada. Em suma, nos casos mais típicos temos que:

$$|k| \rightarrow \infty \implies \gamma(k) \rightarrow 0 \quad \text{e} \quad \rho(k) \rightarrow 0$$

Propriedades das funções de autocovariância e autocorrelação:

1. $\gamma(0) = \text{Var}(X(t))$; $\rho(0) = 1$;
2. $|\gamma(k)| < \gamma(0)$; $|\rho(k)| \leq 1$;
3. $\gamma(k) = \gamma(-k)$; $\rho(k) = \rho(-k)$.
4. As funções $\gamma(k)$ e $\rho(k)$ são *semidefinidas positivas*, i.e,

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \gamma(|t_i - t_j|) \geq 0 \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \rho(|t_i - t_j|) \geq 0$$

para qualquer conjunto de reais $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ e instantes de tempo t_1, \dots, t_n .

Com efeito, considerando a variável aleatória $Z = \sum_{i=1}^m \alpha_i X(t_i)$, então

$$0 \leq \text{Var}(Z) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \text{cov}(X(t_i), X(t_j)) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_i \alpha_j \gamma(|t_i - t_j|).$$

Trata-se de uma condição necessária para que $\gamma(k)$ e $\rho(k)$ possam representar, respetivamente, a autocovariância e a autocorrelação de um processo estocástico estacionário.

A partir deste ponto apenas serão considerados processos $X(t)$ estacionários de 2ª ordem e cujo espaço de parâmetros são os inteiros, ou seja, $t \in \mathbb{Z}$.

Para uma melhor compreensão, passará a ser utilizada a seguinte notação (para reforçar que apenas serão consideradas séries temporais discretas): X_t para as séries e γ_k e ρ_k para as funções de autocovariância e autocorrelação, respetivamente.

ESTIMAÇÃO:

Os processos estacionários são representados pelo conjunto de parâmetros associado, mais concretamente a média μ , a variância σ^2 , as autocovariâncias γ_k e as autocorrelações ρ_k .

Estimação da Média:

Considere-se um processo estacionário de 2ª ordem, tal que $E(X_t) = \mu$.

É sabido que o estimador do valor médio é dado por $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X_t = \mu$, e facilmente se vê que que é centrado¹⁵, pois $E(\bar{X}) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n E(X_t) = \mu$.

Já na variância tem-se:

$$Var(\bar{X}) = \frac{1}{n^2} \sum_{t=1}^n \sum_{s=1}^n \gamma_{t-s} = \frac{\gamma_0}{n^2} \sum_{k=-(n-1)}^{n-1} (n - |k|) \rho_k = \frac{\gamma_0}{n} \sum_{k=-(n-1)}^{n-1} \left(1 - \frac{|k|}{n}\right) \rho_k.$$

Então, se $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=-(n-1)}^{n-1} \left(1 - \frac{|k|}{n}\right) \rho_k < +\infty$, vem que $Var(\bar{X}) \xrightarrow{n \rightarrow +\infty} 0$.

Para que o limite seja finito é necessário que $\rho_k \xrightarrow{k \rightarrow +\infty} 0$.

Logo, de uma forma geral e sumária, podemos afirmar que a média é um estimador consistente para o valor médio de um processo estacionário.

Estimação da Autocovariância e Autocorrelação:

Para a função de autocovariância têm sido propostos alguns estimadores, dos quais se consideram apenas dois:

$$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} [(X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})] \quad \text{e} \quad \tilde{\gamma}_k = \frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^{n-k} [(X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})]$$

Quando a estimação de μ não entra em cena, ou seja, quando se pode supor μ conhecido, vem:

$$E(\hat{\gamma}_k) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)] = \left(1 - \frac{k}{n}\right) \gamma_k$$

e

$$E(\tilde{\gamma}_k) = \frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^{n-k} E[(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)] = \gamma_k$$

Assim, com base nesta propriedade afirma-se que:

- $\hat{\gamma}_k$ é um estimador não centrado (ou enviesado);
- $\tilde{\gamma}_k$ é um estimador centrado (ou não enviesado).

Por outro lado, quando μ não é conhecido, tanto $\hat{\gamma}$ como $\tilde{\gamma}$ são não centrados.

¹⁵ Diremos que Θ é estimador centrado de θ , se $E(\Theta) = \theta$ (Nunes, 2012).

Com base em

$$\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X}) \approx \sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X}) = 0$$

e

$$\sum_{t=1}^{n-k} (X_{t+k} - \bar{X}) \approx \sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X}) = 0,$$

obtem-se a aproximação:

$$\sum_{t=1}^{n-k} [(X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu)] \approx \sum_{t=1}^{n-k} [(X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})] + (n-k)(\bar{X} - \mu)^2.$$

Portanto,

$$E(\hat{\gamma}_k) \approx \frac{n-k}{n} \gamma_k - \frac{n-k}{n} \text{var}(\bar{X}) = \gamma_k - \frac{k}{n} \gamma_k - \frac{n-k}{n} \text{var}(\bar{X})$$

e

$$E(\tilde{\gamma}_k) \approx \gamma_k - \text{var}(\bar{X})$$

Apesar dos estimadores serem ambos não centrados, verifica-se que se $\text{var}(\bar{X}) \rightarrow 0$, são *assintoticamente centrados*¹⁶.

De uma forma automática, o estimador da função de autocorrelação associada a $\hat{\gamma}_k$ será

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} [(X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})]}{\sum_{t=1}^n [(X_t - \bar{X})^2]} \quad , \quad k = 0, 1, 2 \dots$$

2.2. MODELOS LINEARES UNIVARIADOS

Modelos univariados são, basicamente, os modelos que se baseiam apenas na informação referente à série temporal em estudo.

Dentro dos modelos univariados destacam-se o modelo ARMA, concebido apenas para séries estacionárias, e o modelo ARIMA, que consiste basicamente no modelo ARMA mas aplicado em séries não estacionárias.

Ou seja, modelos ARMA são aqueles que assumem que o processo está em equilíbrio, que a série em causa é estacionária. Por sua vez, os modelos ARIMA prendem-se com séries que à partida demonstram um comportamento não estacionário mas que, através de métodos já abordados anteriormente, podem ser reduzidas à estacionariedade (diferenças sucessivas e diferenças logaritmizadas).

¹⁶ Diremos que Θ_n é **estimador assintoticamente centrado** para o parâmetro θ , se $\lim_{n \rightarrow \infty} E(\Theta_n) = \theta$.

Devido a este risco da “não estacionariedade”, foi adotada uma abordagem conhecida por metodologia de Box e Jenkins, que procura estabilizar as séries, ou seja, atuar de forma a que as séries se desenvolvam ao longo do tempo com médias e variâncias constantes.

Assim, a metodologia de Box e Jenkins visa captar o comportamento da correlação serial ou autocorrelação entre os valores observados da série, com o propósito de realizar previsões futuras.

2.2.1. PROCESSOS AUTOREGRESSIVOS DE ORDEM p , $AR(p)$

“Os modelos autoregressivos (AR) são decisivos na ciência e na tecnologia, com um papel essencial na análise de séries temporais em aplicações que vão desde a previsão financeira à análise meteorológica (...)”, (Kallas *et al.*, 2013).

Segundo Box *et al.*, citado em Araújo (2011), o modelo autorregressivo é um modelo de regressão linear no qual as variáveis regressoras são os valores do processo em p instantes anteriores.

Iremos denotar os valores do processo no tempo $(t, t - 1, t - 2, \dots)$ por $(X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots)$. Logo, obtém-se

$$X_t = a_0 + \sum_{j=1}^p a_j X_{t-j} + \varepsilon_t$$

ao qual se dá o nome de modelo autorregressivo de ordem p , ou simplesmente $AR(p)$, onde (a_1, a_2, a_3, \dots) é um vetor de coeficientes (constantes reais ou parâmetros) e ε_t é um processo aleatório (ruído branco).

Sendo L o operador de diferenças, representado por $L(X_t) = X_{t-1}$, o modelo $AR(p)$ pode também ser representado por:

$$\phi(L)X_t = a_0 + \varepsilon_t,$$

em que $\phi(L) = 1 - a_1L - a_2L^2 - \dots - a_pL^p$.

Podemos então concluir que um modelo autorregressivo de ordem p , $AR(p)$, é estacionário, ou estável, se todas as raízes $z = \frac{1}{a_i}$ do polinómio característico

$$\phi(z) = 1 - a_1z - a_2z^2 - \dots - a_pz^p$$

estão situadas no exterior do círculo unitário, isto é, $|a_i| < 1$.

A função de autocorrelação de um processo $AR(p)$ estacionário com média $E(X_t) = 0$ e covariância $\gamma_h = E(X_t X_{t+h})$ é dada por:

$$\rho_k = a_1 \rho_{k-1} + a_2 \rho_{k-2} + \dots + a_k \rho_{k-p}$$

onde $\gamma_0 = \text{var}(X_t)$ e $\rho_k = \frac{\gamma_h}{\gamma_0}$.

A variância de um processo $AR(p)$ como função das autocorrelações é dada por:

$$\text{Var}(X_t) = \frac{\sigma^2}{a_1 \rho_1 + a_2 \rho_2 + \dots + a_k \rho_k}.$$

2.2.2. PROCESSOS DE MÉDIAS MÓVEIS DE ORDEM Q, MA(Q)

No que diz respeito aos processos de médias móveis, Murteira *et al.*, (1993) afirmam que:

“Os processos de médias móveis resultam da ideia de exprimir o processo X_t em termos de um processo mais simples ε_t . O processo puramente aleatório ou ruído branco, que continua a ser pedra fundamental, é de facto o mais simples; o modelo de médias móveis implica que os efeitos produzidos pelas inovações só perduram por um curto período de tempo, o que contrasta com o que se passa com os processos autoregressivos, em que os efeitos persistem por mais longo tempo.”

Os processos de médias móveis, de ordem q , aparecem na forma:

$$X_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q} = \dots = \theta_q(L) \varepsilon_t$$

Onde, $\theta_q(L) = 1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q$, é o polinómio das médias móveis de ordem q , e onde ε_t é um processo aleatório (ruído branco) em que $(\theta_1, \dots, \theta_q)$ são constantes reais. Ou seja, isto significa que um processo de médias móveis de ordem q define-se apenas, em cada instante t , como a média ponderada das últimas $(q + 1)$ observações de um processo de ruído branco.

Um processo de médias móveis é sempre um processo estacionário independentemente dos valores de $(\theta_1, \dots, \theta_q)$. Tem-se que, se $E(\varepsilon_t) = 0$ também se verifica $E(X_t) = 0$, e como os ε_t são não correlacionados, vem:

$$\text{Var}(X_t) = \sigma^2(1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2)$$

A função de autocovariância representa-se por:

$$\gamma_h = \sigma^2(\theta_h + \theta_{h+1}\theta_1 + \dots + \theta_q\theta_{q-h}), \quad 0 < h \leq q$$

com

$$\gamma_0 = \text{Var}(X_t) = \sigma^2(1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2)$$

Para a função de autocorrelação, vem:

$$\rho_k = \frac{(\theta_k + \theta_{k+1}\theta_1 + \dots + \theta_q\theta_{q-k})}{(1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2)}, \quad 0 < h \leq q$$

É de notar que as condições onde os processos MA(q) são invertíveis requerem uma análise mais cuidada. A invertibilidade significa, neste contexto, na possibilidade de transformação MA(q) em AR(∞).

2.2.3. PROCESSOS AUTOREGRESSIVOS DE MÉDIAS MÓVEIS – MODELOS ARMA (P,Q)

Em 1926, Yule introduz os processos autoregressivos à comunidade dedicada ao estudo de séries temporais, e só em 1937 foram apresentados os processos de médias móveis, por Slutsky.

Por sua vez, em 1938, Wold teve a ideia perspicaz de juntar os resultados demonstrados por Yule e Slutsky e apresentou a primeira versão do Modelo ARMA, mostrando que este poderia ser utilizado para modelar séries temporais estacionárias.

O Modelo **ARMA(p,q)** é dado por:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Este modelo apresenta, como uma das suas vantagens, a possibilidade de efetuar previsões dos dados observados, funcionando muito bem como uma primeira aproximação.

Contudo, este modelo apresenta algumas limitações quando se depara com séries temporais que apresentam comportamentos desviantes que resultam da existência de assimetrias, intervalos de tempo irregulares, altos e baixos na volatilidade e, como já visto anteriormente, quebras de estrutura.

Um dos pontos negativos deste modelo é o assumir que todas as séries temporais são estacionárias, algo que contrasta com a realidade, pois é exatamente o contrário que se verifica com a maioria das séries temporais financeiras.

Na FIGURA 6, retirada de (Kitagawa, 2010), pode-se observar graficamente os conceitos e exemplos abordados nesta secção.

A FIGURA 6 a) representa uma série gerada por um processo autorregressivo 1, estável e com coeficiente positivo. Na FIGURA 6 b), está representada uma série originada por um processo autorregressivo de ordem 2, onde se observa uma oscilação de sinal. Por sua vez, a FIGURA 6 c) representa médias móveis de ordem 2, onde é possível verificar 2 picos significativos e uma convergência rápida para o ponto de equilíbrio. Por último, a FIGURA 6 d) ilustra um processo autorregressivo de médias móveis de ordem 2, onde se observa uma oscilação mais pequena relativamente à FIGURA 6 b), devido à introdução da componente de médias móveis.

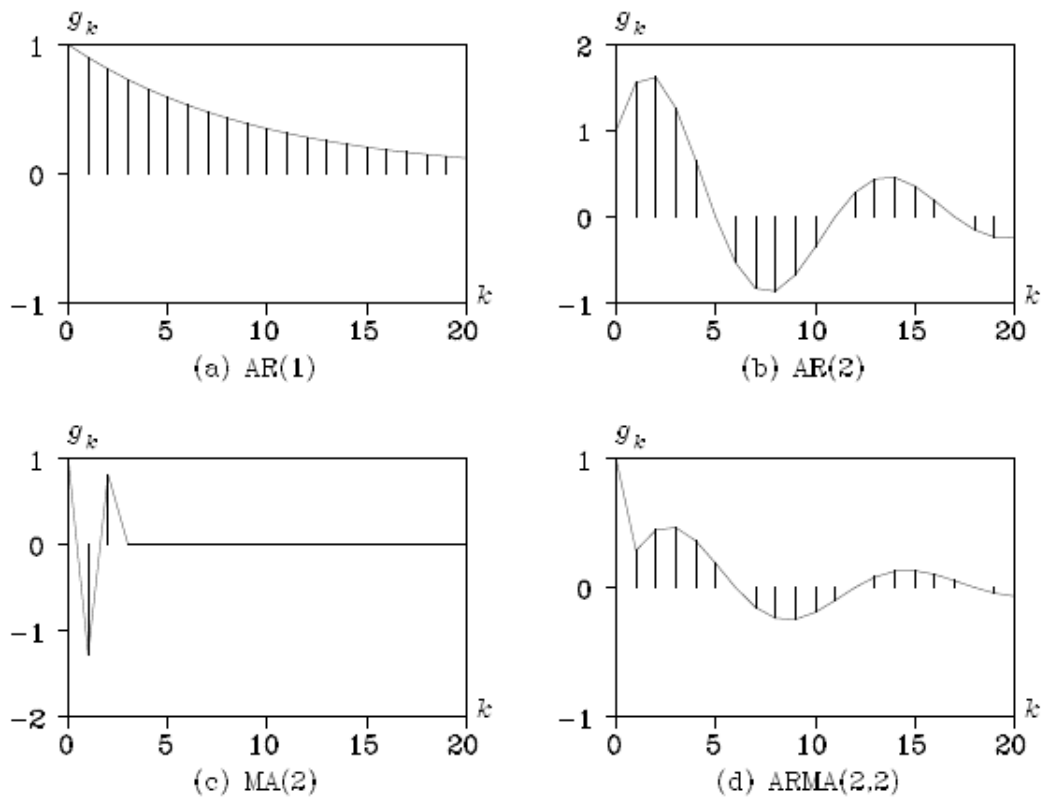


FIGURA 6 - PROCESSOS AR, MA E MODELO ARMA

2.2.4. MODELOS ARIMA (P,D,Q)

Como visto anteriormente, no modelo ARMA verifica-se a afirmação de que todas as séries temporais consideradas para análise e estudo são estacionárias e que este modelo apenas funciona corretamente perante tal pressuposto.

E quando a série em causa não é estacionária?

Existem diversos casos em que as séries temporais utilizadas não apresentam um comportamento estacionário (caso da maioria das séries temporais financeiras – objeto de estudo presente nesta dissertação), mas que após serem sujeitas ao método das Diferenças Sucessivas passam a ser estacionárias, obtendo-se, assim, uma nova versão do modelo ARMA, intitulado de modelo ARIMA (p,d,q), onde:

- d representa o número de diferenças necessárias para tornar a série estacionária;
- p representa a ordem da componente AR;
- q representa a ordem da componente MA.

Os modelos ARIMA são modelos estatísticos lineares para a análise de séries temporais, onde ARIMA é a abreviação do que em inglês se denomina por “*Auto-Regressive Integrated Moving Average Model*”.

Os modelos ARIMA representam, em teoria, a classe geral dos modelos utilizados na previsão de uma série temporal que não sendo estacionária pode tornar-se estacionária por diferenças.

Seja X_t uma série não estacionária e seja W_t a série dada através de:

$$W_t = \Delta^d X_t = (1 - L)^d X_t$$

Assim, embora X_t não seja estacionária, a série W_t é estacionária seguindo um modelo ARMA (p,q). De um processo que verifica a equação $W_t = \Delta^d X_t = (1 - L)^d X_t$, dizemos que é ARIMA (p,d,q), onde a série W_t é chamada de série das diferenças de ordem d.

Desta forma, podemos descrever todos os modelos vistos anteriormente (AR, MA e ARMA) utilizando, apenas, a nomenclatura ARIMA, isto é:

1. ARIMA(p,0,0) = AR(p);
2. ARIMA(0,0,q) = MA(q);
3. ARIMA(p,0,q) = ARMA(p,q).

2.2.5. CRITÉRIOS DE COMPARAÇÃO/SELEÇÃO DE MODELOS

Na análise de uma série temporal podem existir vários modelos que a descrevam de forma suficientemente satisfatória, ou seja, é, por vezes, possível encontrar mais que um modelo que represente e traduza, equivalentemente e sem grande desvio, o comportamento da série temporal em estudo. Em certos casos a escolha do “melhor modelo” acaba por ser um processo relativamente fácil por existir um modelo díspar dos demais, no que toca à representação da série temporal analisada; noutros casos, este processo não é assim tão fácil, e é nesses casos que é necessário utilizar um, ou mais, critério(s) de seleção de modelos. Estes critérios são usualmente baseados em estatísticas construídas a partir da sucessão residual correspondente a um determinado modelo ajustado ou baseados nos erros de previsão produzidos por esse mesmo modelo. Na prática, os critérios baseados no máximo da função de verosimilhança são os mais utilizados, e nesta secção iremos observar dois em específico: Critério de Informação de Akaike (AIC) e Critério de Informação Bayesiana (BIC).

CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO DE AKAIKE

Considere-se um modelo com m parâmetros, estimados de forma independente. Akaike, utilizando conceitos da teoria da informação, concebeu um critério para medir a qualidade do ajustamento, publicado pela primeira vez em 1974, no trabalho “*A new look at the statistical model identification*”.

É, então, definida a grandeza AIC:

$$AIC(m) = -2 \ln(l) + 2m$$

onde l representa a função de máxima verosimilhança.

Segundo o Critério de Informação de Akaike, a ordem ótima de um modelo corresponde ao valor de m que minimiza o correspondente $AIC(m)$, ou seja, o “melhor modelo” é o que apresenta o valor de $AIC(m)$ mais baixo.

É lógico associar que certo modelo é mais ajustado que outro, ou outros, quando apresenta uma verosimilhança mais elevada, contudo há que notar que modelos com maior número de parâmetros tenham, provavelmente e por consequência direta, uma verosimilhança maior. Daí que o valor de $AIC(m)$ incorpore duas vertentes, uma que valoriza a precisão do ajuste e outra que balança negativa os modelos com elevado número de parâmetros.

É também de notar que o AIC apenas se pode aplicar a modelos resultantes de ajustamentos à mesma série temporal estacionarizada.

CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO BAYESIANA

O Critério de Informação Bayesiana, muitas vezes referido como Critério de Informação de Schwarz por ter sido proposto por Gideon E. Schwarz no trabalho “*Estimating the Dimension of a Model*”, em 1978, é um dos critérios mais utilizados no capítulo de comparação e seleção de modelos.

O BIC (ou SIC) é um critério de seleção de modelos entre uma classe de modelos paramétricos com diferentes números de parâmetros. Quando os parâmetros de um certo modelo são estimados usando a estimação de máxima verosimilhança, é possível aumentar a verosimilhança adicionando parâmetros, o qual pode resultar em superestimação. O BIC resolve este problema introduzindo uma penalidade para o número de parâmetros do modelo. Esta penalidade é maior no BIC do que no AIC.

Define-se a grandeza, para um modelo com m parâmetros e n observações

$$BIC(m) = n \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) - (n - m) \ln\left(1 - \frac{m}{n}\right) + m \ln(n) + m \ln\left[\frac{1}{m}\left(\frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} - 1\right)\right]$$

onde $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ é o estimador da máxima verosimilhança de σ_ε^2 e $\hat{\sigma}_x^2$ a variância estimada da sucessão estacionarizada.

No caso de m ser pequeno relativamente a n , considera-se a aproximação,

$$\left[-(n - m) \ln\left(1 - \frac{m}{n}\right)\right] \approx m$$

obtendo-se a expressão ligeiramente mais simples,

$$BIC(m) = n \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + m(1 + \ln n) + m \ln\left[\frac{1}{m}\left(\frac{\hat{\sigma}_x^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2} - 1\right)\right].$$

Quanto menor for o valor de $BIC(m)$, melhor será considerado o modelo em questão, assim como antes observado no AIC.

Em suma, no AIC considera-se que nenhum modelo, dentro do conjunto de modelos avaliados, é considerado “modelo verdadeiro”, ou seja, um modelo que descreva com clareza a relação entre a variável dependente e as variáveis explicativas. Por seu lado, no BIC está subjacente que existe o tal “modelo verdadeiro”, um modelo que traduza de forma explícita a relação entre variáveis.

Por último, há que notar que, em termos de comparação entre os dois critérios, o BIC apresenta um resultado significativamente mais válido do que o modelo selecionado pelo AIC.

2.3. PREVISÃO

Hoje em dia observa-se uma crescente globalização da economia e, por consequência, uma maior concorrência entre organizações, cujas estruturas, processos e tecnologias lhes darão vantagens mais competitivas aquando da sua otimização. Daí, surge o também crescente aumento da procura na previsão de condições futuras, essenciais ao desenvolvimento inovador por parte das organizações.

O facto de nos últimos anos a previsão envolver mercados financeiros tem-se revelado um grande desafio para a estatística, pois diariamente são colocadas perguntas como: Será que a bolsa de valores vai subir? Será que a cotação da taxa de câmbio EUR/USD vai cair? E a resposta a estas perguntas pode traduzir-se num grande lucro ou prejuízo para todo o tipo de investidores, quer sejam eles individuais ou empresariais. E não só, a procura intensiva da resposta correta para cada uma destas perguntas, e semelhantes, é assumida como um grande estímulo para trabalhos levados a cabo por investigadores do ramo em questão.

2.3.1. ERRO DE PREVISÃO

O *erro de previsão* é dado pela diferença entre o valor atual da série e o previsto, sendo representado na forma:

$$e_t = X_t - \hat{X}_t$$

Com o intuito de avaliar o desempenho global de um determinado modelo de previsão, torna-se essencial utilizar uma medida de erro, ou seja, um indicador capaz de traduzir em termos numéricos a boa ou má previsão efetuada pelo modelo de previsão em causa.

De entre as medidas mais comuns, destacam-se: o Erro Médio (*ME – Mean Error*), o Erro Absoluto Médio (*MAE – Mean Absolute Error*), o Erro Quadrático Médio (*MSE – Mean Squared Error*) e a Raíz do Erro Quadrático Médio (*RMSE – Root Mean Squared Error*).

$ME = \frac{\sum_{t=1}^n e_t}{n}$
$MAE = \frac{\sum_{t=1}^n e_t }{n}$
$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n e_t^2}{n}$
$RMSE = \sqrt{MSE}$

- n denota o número de previsões a efetuar.

2.3.2. PREVISÃO COM MODELOS ARIMA

Um dos maiores interesses no estudo de séries temporais é conseguir prever as observações ao longo do tempo. A partir do momento em que se consegue identificar e estimar um modelo ARIMA adequado e ajustado às observações, é, então, possível utilizar a metodologia ARIMA para prever os valores das observações no futuro.

É importante notar que quanto menores forem a janela e o erro de previsão, melhores e mais eficazes serão as previsões efetuadas através de modelos ARIMA.

O grande objetivo será prever um valor X_{t+h} , $h \geq 1$, supondo que são conhecidas todas as observações até ao momento, ou seja, X_{t-2}, X_{t-1}, X_t .

Denota-se por $\hat{X}_t(h)$ a previsão da observação h instantes de tempo após o momento t .

Supondo a existência de um modelo ARIMA(p,d,q), onde a série temporal em estudo foi estacionarizada (através das Diferenças Sucessivas e/ou das Diferenças Logaritmizadas), com os parâmetros conhecidos, então a equação de previsão (considerada como uma função de h) é dada por

$$\hat{X}_t(h) = \sum_{i=1}^{p+q} \phi_i \hat{X}_t(h-1) \quad , \quad h > q$$

A solução geral terá a forma

$$\hat{X}_t(h) = \sum_{i=1}^{p+q} c_i^{(t)} f_i(h) \quad , \quad h > q - p - d$$

onde $f_i(h)$, $h = 1, \dots, p+q$, são funções de h e $c_i^{(t)}$ são coeficientes adaptados que dependem da origem de previsão, t , e são determinados por $\hat{X}_t(1), \hat{X}_t(2), \dots, \hat{X}_t(p+q)$.

2.3.3. MÉTODO DE ALISAMENTO EXPONENCIAL

O método de Alisamento Exponencial consiste na aplicação de uma média ponderada nas diversas observações da série temporal em estudo, onde são atribuídos diferentes *pesos* às observações (observações mais antigas têm *pesos* inferiores relativamente a observações mais recentes).

Este é um método de previsão de séries temporais bastante rápido e de fácil utilização e compreensão, daí ser um dos métodos de previsão mais utilizados.

Segundo (Makridakis, Wheelwright, & Hyndman, 1998), o Método de Alisamento Exponencial divide-se em 3 submodelos: *Alisamento Exponencial Simples*, *Alisamento Exponencial Linear de Holt* e *Método de Holt-Winters*.

• ALISAMENTO EXPONENCIAL SIMPLES

O Método de Alisamento Exponencial Simples segue a forma geral:

$$F_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha)F_t$$

Onde:

- F_{t+1} – previsão para $t + 1$;
- F_t – previsão para t ;
- X_t – procura realizada no período t ;
- α – constante de alisamento com valor entre 0 e 1.

Este método é apropriado para séries que possuem uma trajetória aleatória em torno de uma média constante, logo não é indicado realizar previsões através deste modelo para uma série que apresente tendência e/ou sazonalidade.

Quanto maior for o valor de α próximo de 1, maior será o ajuste do erro na previsão anterior, isto é, o modelo “dá” mais *peso* a observações mais recentes e torna-se mais sensível a mudanças. Contrariamente, quanto mais próximo de 0 for o valor de α , menor será o ajuste, logo o modelo irá “dar” mais *peso* a observações mais antigas, sendo o tratamento mais uniforme, originando previsões mais *estáveis*.

• ALISAMENTO EXPONENCIAL LINEAR DE HOLT

O Método de Alisamento Exponencial Linear de Holt é visto como uma expansão do Método de Alisamento Exponencial Simples, na medida em que são utilizadas previsões que apresentam tendência linear, mas não sazonalidade. Assim, este método recorre a duas constantes de alisamento, α e β , com valores compreendidos entre 0 e 1.

É descrito através das seguintes equações:

PREVISÃO	$F_{t+m} = L_t + b_t m$
NÍVEL	$L_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$
TENDÊNCIA	$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$

Onde:

- F_{t+m} – previsão para $t + m$;
- m – horizonte de previsão;
- L_t – estimativa do nível da série temporal no período t ;
- b_t – estimativa de tendência da série temporal no período t ;
- α e β – constantes de alisamento.

• MÉTODO DE HOLT-WINTERS

Por último, este método é utilizado quando as séries temporais apresentam padrões com tendência linear e também sazonalidade. São aplicadas suavizações para estimar o nível, tendência e sazonalidade da série em estudo no processo de previsão.

O método apresenta duas abordagens distintas, de acordo de como a sazonalidade é abordada: a forma multiplicativa ou a forma aditiva. A forma aditiva é mais apropriada para séries cuja amplitude de sazonalidade é independente do nível, e a forma multiplicativa é indicada sempre que a amplitude da sazonalidade varie com o nível.

O Método Multiplicativo de Holt-Winters é dado por:

PREVISÃO	$F_{t+m} = (L_t + b_t m) S_{t-s+m}$
NÍVEL	$L_t = \alpha \frac{X_t}{S_{t-s}} + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$
TENDÊNCIA	$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$
SAZONALIDADE	$S_t = \gamma \frac{X_t}{L_t} + (1 - \gamma)S_{t-s}$

Onde:

- s – número de períodos por ciclo sazonal;
- S_t – é a estimativa do componente sazonal da série no período t ;
- α , β e γ – constantes de alisamento.

Por outro lado, o Método Aditivo de Holt-Winters apresenta as seguintes equações base:

PREVISÃO	$F_{t+m} = (L_t + b_t m) S_{t-s+m}$
NÍVEL	$L_t = \alpha(X_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(L_{t-1} + b_{t-1})$
TENDÊNCIA	$b_t = \beta(L_t - L_{t-1}) + (1 - \beta)b_{t-1}$
SAZONALIDADE	$S_t = \gamma(X_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-s}$

2.3.4. MODELOS DE MÉDIAS MÓVEIS

Os modelos de médias móveis utilizam, como objeto de previsão para um certo período de tempo futuro, a média das observações ocorridas no passado.

Para os modelos de média móvel simples, a sua equação terá a seguinte forma:

$$X_t = \frac{X_{t-1} + X_{t-2} + \dots + X_{t-N}}{N}$$

com N a representar o número total de observações utilizadas no cálculo da média, vulgarmente também denominada como *janela de previsão*. Quanto maior for a *janela de previsão* maior será o efeito de alisamento na previsão. Ou seja, se a série em estudo apresentar muita aleatoriedade, pode-se utilizar um maior número de observações no cálculo da média móvel, isto é, recorre-se ao alargamento da *janela de previsão*. Contrariamente, se a série apresentar pouca flutuação aleatória nos dados deve ser usada uma *janela de previsão* menor.

O significado do termo “média móvel” prende-se no recalculer da média das observações assim que a próxima observação estiver disponível, desprezando por completo as observações mais antigas que figurem forem da *janela de previsão* estabelecida. Tal pode ser observado na FIGURA 7, onde está ilustrado o processo de cálculo de média móvel, neste caso em específico com uma *janela de previsão* igual a 3.

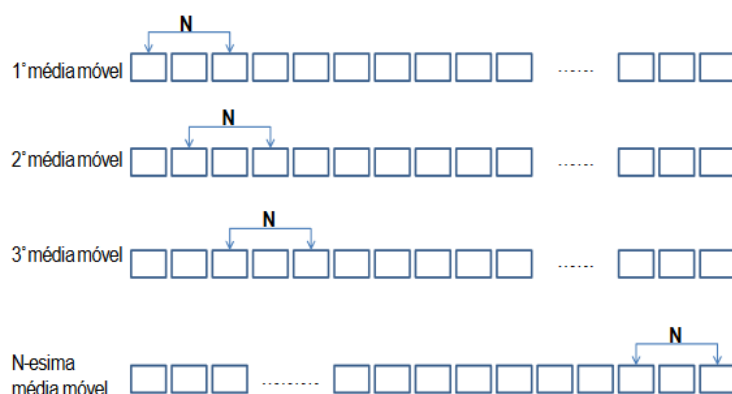


FIGURA 7 - CÁLCULO DAS MÉDIAS MÓVEIS SIMPLES

3. ESTUDO EMPÍRICO

Neste capítulo o foco passa por aplicar os conceitos teóricos apresentados anteriormente, implementando os modelos descritos para o estudo e análise das séries temporais utilizadas, de forma a ser alcançado o objetivo deste trabalho, que passa por encontrar um modelo que minimiza ao máximo o erro de previsão de cada série, ou seja, conseguir a melhor previsão possível para cada série.

O objeto de estudo foram duas séries temporais que representam os valores da taxa de câmbio EUR/USD, registados entre Junho de 2007 e Junho de 2017. A grande diferença entre as duas séries, e daí o motivo de serem estudadas duas séries ao invés de apenas uma, prende-se que numa série estão registados os valores diários da taxa no período indicado, enquanto que na outra série os dados referem-se a valores mensais da respetiva taxa de câmbio para o mesmo intervalo de tempo.

Os dados referentes a cada série foram retirados da base de dados do Banco Central Europeu (BCE).

Importa referir que alguns valores diários (respeitantes a feriados) são iguais a 1, o que não ajudou o estudo em causa. Deste modo, foi feita uma média ponderada entre a observação anterior e posterior dessas observações para substituir o valor atribuído pelo BCE (neste caso 1).

É de notar que todos os *outputs* apresentados nesta secção, bem como todos os gráficos e tabelas, foram obtidos através do *software Eviews*.

3.1. ANÁLISE GRÁFICA E ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS

No que respeita à representação gráfica de ambas as séries, na FIGURA 8 podemos observar a variação diária da taxa de câmbio EUR/USD entre 2007 e 2017, enquanto que na FIGURA 9 está ilustrada a oscilação mensal da referida taxa para o mesmo período.

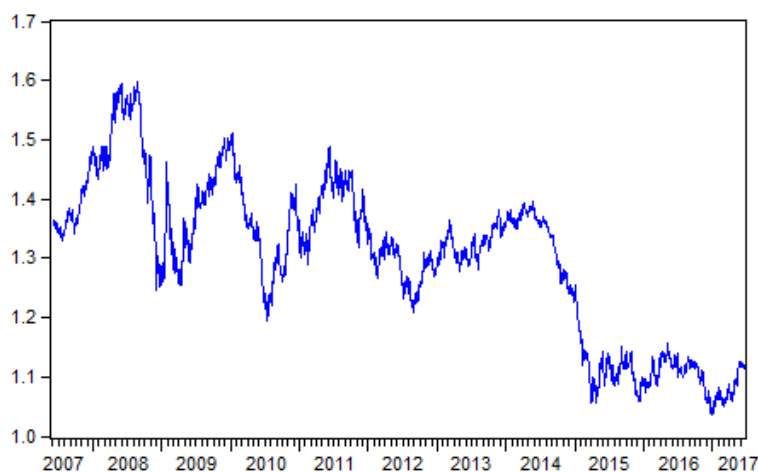


FIGURA 8 - SÉRIE EUR/USD (DADOS DIÁRIOS)

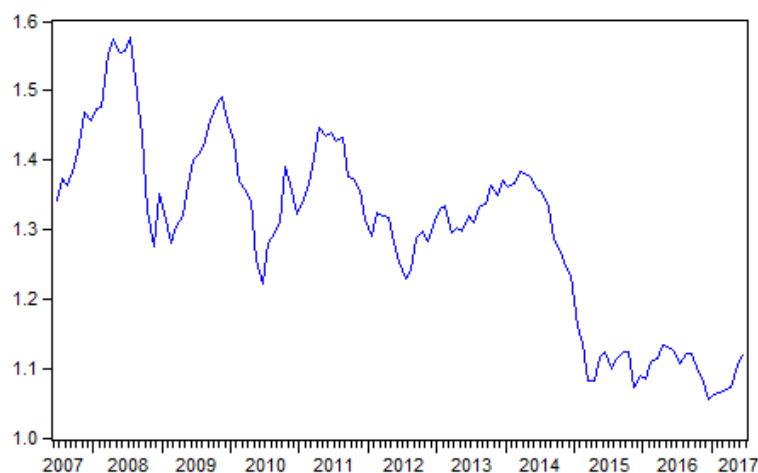


FIGURA 9 - SÉRIE EUR/USD (DADOS MENSAIS)

Em ambas as figuras é patente a não linearidade das séries, indicando a falta de uma tendência padronizada em cada uma das séries. Verifica-se uma oscilação constante ao longo do intervalo temporal considerado, o que sugere uma alternância entre quedas e valorizações da taxa de câmbio.

É de notar que no ano 2008 ocorre uma queda abrupta¹⁷, e praticamente instantânea, o que levanta algumas suspeitas quanto à existência de uma quebra de estrutura nesse momento.

De ressaltar, também, uma grande variabilidade nas séries, o que indicia a não estacionariedade de ambas.

Procedeu-se, de seguida, ao estudo estatístico de ambas as séries, como é possível observar na FIGURA 10 e na FIGURA 11.

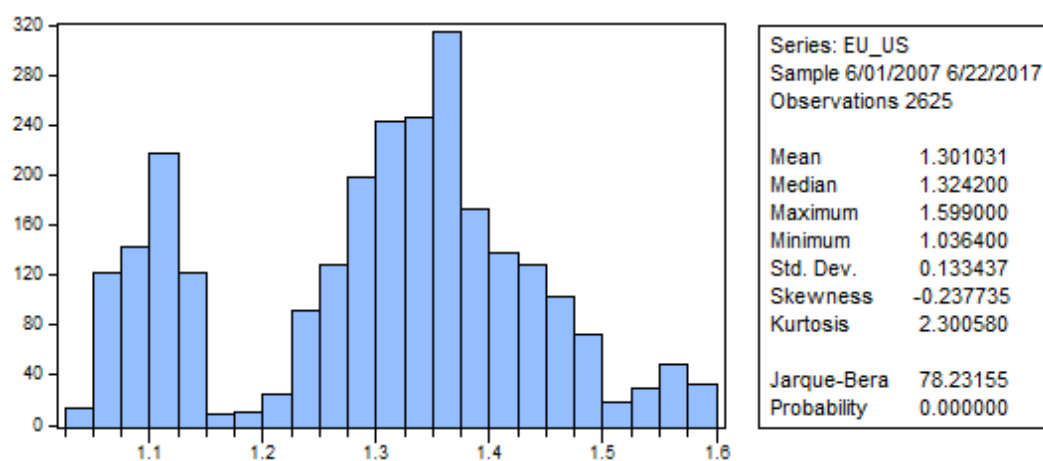


FIGURA 10 - ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS (DADOS DIÁRIOS)

¹⁷ Em 2008 ocorreu uma crise económica mundial apelidada como Grande Recessão, originada pela falência generalizada de instituições financeiras dos Estados Unidos e também da Europa, instituições essas que participavam no complexo sistema financeiro mundial.

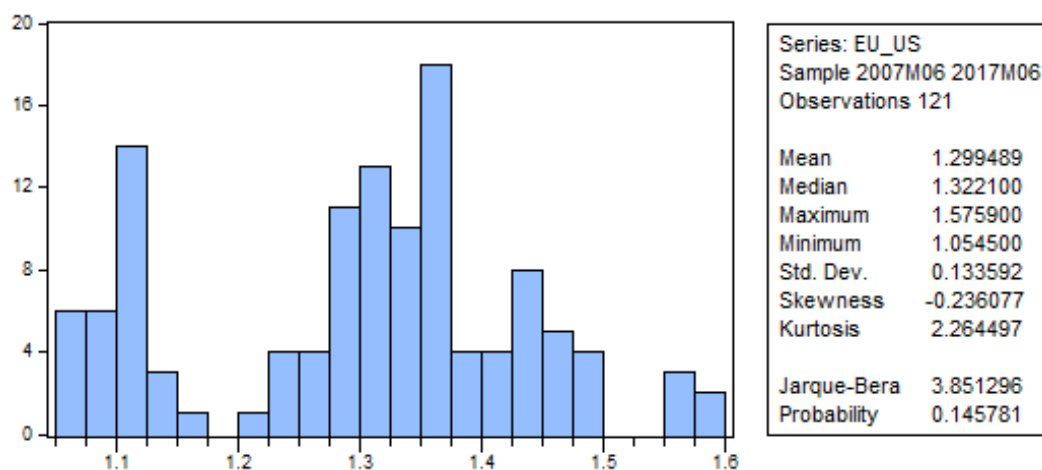


FIGURA 11 - ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS (DADOS MENSAIS)

Tanto a série que retrata os dados diários da taxa de câmbio EUR/USD no período 2007-2017 como a série constituída pelos valores mensais da mesma taxa, para o mesmo intervalo temporal, são consideradas séries platicúrticas, conclusão que se tira devido ao coeficiente da curtose (*Kurtosis*) ser inferior a 3.

No que respeita à simetria (*Skewness*), ambas as séries revelam assimetria negativa, o que indica que estão no caso: média < mediana < moda.

Relativamente ao teste de normalidade de Jarque-Bera, a série de dados diários (FIGURA 10) apresenta um *p-value* aproximadamente igual a 0, ou seja, inferior a todos os níveis de significância usuais (1%, 5% e 10%), indicando, assim, que é rejeitada a hipótese nula, que neste teste corresponde à normalidade da série. Por outro lado, a série referente aos dados mensais (FIGURA 11), apresenta um *p-value* superior aos valores de significância usuais. Neste caso, não se rejeita a hipótese nula, concluindo-se, assim, que a série dos dados mensais segue uma distribuição normal.

3.2. ESTUDO DA ESTACIONARIEDADE

Testes de Raíz Unitária

Neste trabalho foram utilizados dois testes de raíz unitária: o teste ADF (Dickey-Fuller Aumentado) e o teste de KPSS (Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin). Como foi referido no capítulo anterior, estes dois testes complementam-se, na medida em que formulam hipóteses nulas opostas. Enquanto a hipótese nula no teste ADF assume a não estacionariedade da série (existência de raíz unitária), a hipótese nula do teste KPSS supõe precisamente a estacionariedade da série (ausência de raíz unitária).

Null Hypothesis: EU_US has a unit root
 Exogenous: Constant
 Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=27)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.341720	0.6121
Test critical values: 1% level	-3.432649	
5% level	-2.862442	
10% level	-2.567295	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

TABELA 1 - TESTE ADF (DADOS DIÁRIOS)

Tendo em conta a TABELA 1, pelo que não se rejeita a hipótese nula (que afirma que a série tem raiz unitária), ou seja, facilmente se observa que o *p-value*, que é aproximadamente igual a 0.61, é superior aos valores de significância usuais. Sendo assim, e a partir apenas do teste ADF, podemos indiciar que a série dos dados diários é não estacionária.

Vejamos então o resultado do teste KPSS, de forma a sustentar (ou não) o teste ADF.

Null Hypothesis: EU_US is stationary
 Exogenous: Constant
 Bandwidth: 41 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	4.221350
Asymptotic critical values*: 1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

TABELA 2 - TESTE KPSS (DADOS DIÁRIOS)

Na TABELA 2 observamos que o valor da estatística de teste LM-Stat (4,221350) é superior aos valores críticos, referentes a cada uma das significâncias, o que leva à rejeição da hipótese nula deste teste (a série é estacionária, ou seja, não possui raiz unitária). O teste KPSS vem reforçar a ideia que a série em causa apresenta um comportamento não estacionário, estando alinhado com o teste ADF.

Temos a confirmação do que foi observado na FIGURA 8, onde a imensa variabilidade na série indiciava uma não estacionariedade da mesma.

Como conclusão final, a série correspondente aos valores diários da taxa de câmbio EUR/USD referentes ao intervalo de tempo 2007-2017 é não estacionária.

Vejamos, agora, o que acontece com a série de dados mensais, no que respeita ao estudo da sua estacionariedade.

Null Hypothesis: EU_US has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 1 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-1.585655	0.4868
Test critical values:		
1% level	-3.486064	
5% level	-2.885863	
10% level	-2.579818	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

TABELA 3 - TESTE ADF (DADOS MENSAIS)

Primeiramente, e através do teste ADF, representado na TABELA 3, constata-se que o *p-value* (aproximadamente 0,487) é superior aos níveis de significância considerados (1%, 5% e 10%). Logo, a hipótese nula (série não estacionária ou existência de raiz unitária) não é rejeitada, concluindo que a série dos dados mensais é não estacionária.

Null Hypothesis: EU_US is stationary
Exogenous: Constant
Bandwidth: 9 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.994015
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

TABELA 4 - TESTE KPSS (DADOS MENSAIS)

Na TABELA 4 podemos ver o resultado do teste KPSS efetuado à série dos dados mensais. É visível que a estatística de teste LM-Stat (0,994015) é superior aos valores críticos, sendo assim é rejeitada a hipótese nula, que afirma a estacionariedade da série ou inexistência de raiz unitária. Ou seja, através do teste KPSS conclui-se que a série possui raiz unitária, sendo assim não estacionária.

Em suma, e de acordo com a interpretação tanto do teste ADF como do teste KPSS, podemos afirmar que a série dos valores mensais da taxa de câmbio EUR/USD no período de 2007 a 2017 é não estacionária.

Temos, então, que ambas as séries em estudo são não estacionárias.

O próximo passo será, então, transformar as séries em estudo em séries estacionárias, através do operador das diferenças logaritmizadas.

3.3. ANÁLISE GRÁFICA E ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS (DIFLOG)¹⁸

Com vista à obtenção de estacionariedade nas duas séries, aplicou-se o operador das diferenças logaritmizadas às duas séries em estudo, tendo-se obtido as seguintes representações gráficas:

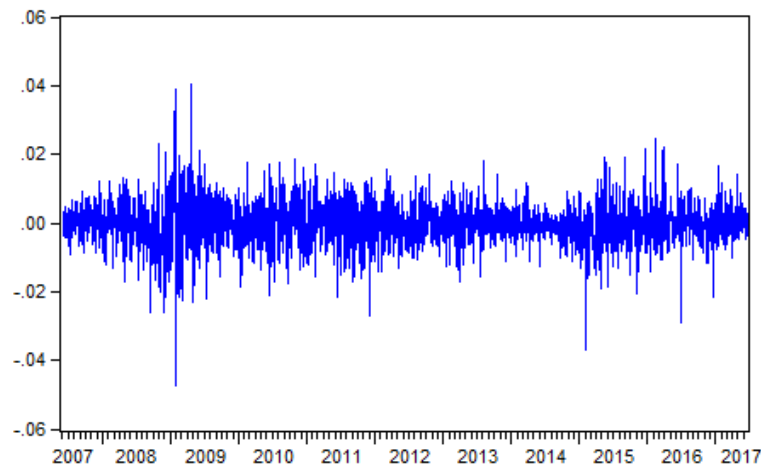


FIGURA 12 - SÉRIE EUR/USD DIFLOG (DADOS DIÁRIOS)

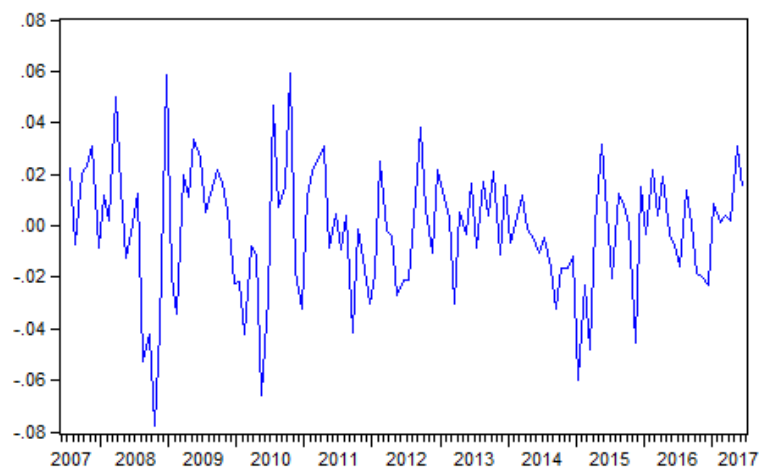


FIGURA 13 - SÉRIE EUR/USD DIFLOG (DADOS MENSAIS)

Tanto na FIGURA 12 como na FIGURA 13 observa-se que a transformação efetuada permitiu estabilizar o valor médio, permitindo, assim, que ambas as séries se desenvolvam no tempo ao longo da média. Observa-se, também, uma menor variabilidade dos dados, o que dá a ideia que as séries passaram a ser estacionárias depois desta transformação.

De seguida, procedeu-se ao estudo das estatísticas descritivas para cada uma das séries.

¹⁸ A partir desta secção, e por conveniência, qualquer *output* denominado com a abreviatura **DIFLOG** é referente à série em causa após ter sido sujeita ao operador das diferenças logaritmizadas.

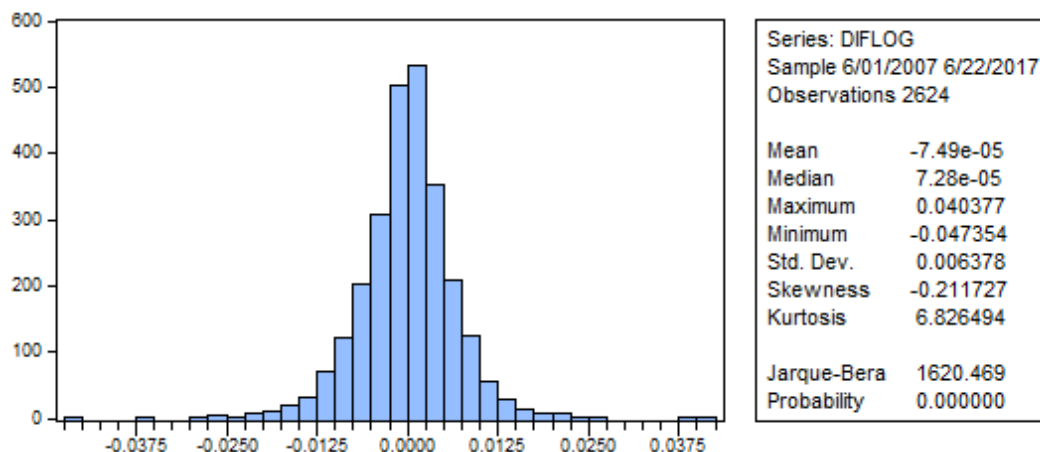


FIGURA 14 - ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DIFLOG (DADOS DIÁRIOS)

Através da FIGURA 14 conclui-se que a série de dados diários em diferenças logaritmizadas não demonstra um “comportamento da distribuição normal”, visto que o *p-value* do teste de Jarque-Bera é aproximadamente igual a 0. Isto significa que se rejeita a hipótese nula do teste, que por si só assume a normalidade da série.

É também de destaque que a série, comparativamente à série original dos dados diários, passou a ser leptocúrtica (o coeficiente *Kurtosis* é superior a 3) mas continuou com uma assimetria ligeiramente negativa (coeficiente *Skewness* inferior a 0).

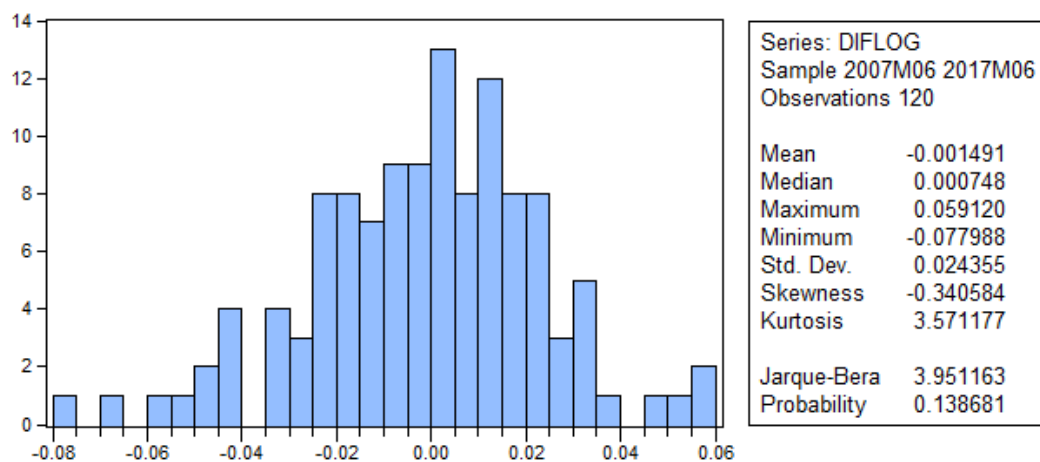


FIGURA 15 - ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DIFLOG (DADOS MENSAIS)

Na série de dados mensais em diferenças logaritmizadas (FIGURA 15) continuamos, à semelhança da série original, a não rejeitar a hipótese nula do teste de Jarque-Bera, uma vez que o *p-value* do teste é superior aos níveis de significância usuais. Sendo assim, a esta nova série continua a seguir uma distribuição normal, apesar de se observar uma ligeira assimetria negativa e uma curtose ligeiramente superior a 3.

3.4. ESTUDO DA ESTACIONARIEDADE (SÉRIES DIFERENCIADAS E LOGARITMIZADAS)

Com o intuito de confirmar se as séries em diferenças logaritmizadas, passaram a ser estacionárias, realizou-se os mesmos testes da secção 3.2 (ADF e KPSS), tendo-se obtido os *outputs*:

Null Hypothesis: DIFLOG has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=27)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-51.26994	0.0001
Test critical values:		
1% level	-3.432650	
5% level	-2.862442	
10% level	-2.567295	

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

TABELA 5 - TESTE ADF DIFLOG (DADOS DIÁRIOS)

Sabendo que o teste ADF tem como hipótese nula a não estacionariedade da série, é possível visualizar na TABELA 5 que se rejeita essa hipótese, visto que o *p-value* apresentado é aproximadamente nulo.

Desta forma, e só pelo teste ADF, a série DIFLOG dos dados diários comporta-se como uma série estacionária.

Vejamos o resultado do teste KPSS:

Null Hypothesis: DIFLOG is stationary
Exogenous: Constant
Bandwidth: 11 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.062937
Asymptotic critical values*:	
1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

TABELA 6 - TESTE KPSS DIFLOG (DADOS DIÁRIOS)

Como descrito anteriormente, o teste KPSS testa hipótese nula diferente do teste ADF na medida em que a sua hipótese nula assume a estacionariedade da série. Na TABELA 6 constata-se que o valor da estatística de teste LM-Stat (0,062937) é relativamente inferior aos valores críticos tabelados, não rejeitando, por isso, a hipótese nula.

Assim, e através dos testes ADF e KPSS, reuniram-se as condições necessárias para afirmar que a série de dados diários em diferenças logaritmizadas passou a ser estacionária, reiterando as ideias retiradas da análise da FIGURA 12.

Analogamente, para a primeira diferença logaritmizada da série de dados mensais, tem-se que:

Null Hypothesis: DIFLOG has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: 0 (Automatic - based on SIC, maxlag=12)

	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-8.274438	0.0000
Test critical values: 1% level	-3.486064	
5% level	-2.885863	
10% level	-2.579818	

*Mackinnon (1996) one-sided p-values.

TABELA 7 - TESTE ADF DIFLOG (DADOS MENSAIS)

Observando a TABELA 7, rejeita-se a hipótese nula do teste de ADF (existência de raiz unitária / não estacionariedade), ou seja, através desta representação conclui-se que a série de dados mensais em diferenças logaritmizadas é estacionária, tal como se sucedeu nos retornos logaritmizados da série de dados diários.

Vejamos se o mesmo acontece para o teste KPSS.

Null Hypothesis: DIFLOG is stationary
Exogenous: Constant
Bandwidth: 5 (Newey-West automatic) using Bartlett kernel

	LM-Stat.
Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test statistic	0.066450
Asymptotic critical values*: 1% level	0.739000
5% level	0.463000
10% level	0.347000

*Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (1992, Table 1)

TABELA 8 - TESTE KPSS DIFLOG (DADOS MENSAIS)

Como expectável, o teste KPSS também mostra, pela TABELA 8, que a série considerada é estacionária. A estatística de teste LM-Stat (0,066450) é notoriamente menor que os valores críticos apresentados, logo não se rejeita a hipótese nula do teste, ou de outro modo, não se rejeita a estacionariedade dos retornos logaritmizados da série de dados mensais.

O estudo da estacionariedade realizado para as novas séries (DIFLOG) vem mostrar precisamente o que era esperado com a transformação (operador das diferenças logaritmizadas) feita em ambas as séries – as novas séries passaram a demonstrar um comportamento estacionário.

Deste modo, o processo escolhido para estabilizar as séries em torno da média revelou-se eficaz, e, sendo assim, é possível avançar com o estudo em diante, de modo a atingir os objetivos propostos.

3.5. ESTIMAÇÃO DOS MODELOS ECONÔMETRICOS

Confirmada a estacionariedade das novas séries (em diferenças logaritmizadas) o próximo passo será encontrar o modelo que melhor poderá descrever os dados constituintes das séries em estudo. Visto que a série já foi diferenciada, estaremos na presença de modelos ARIMA (na perspectiva das séries originais) ou então modelos ARMA (referentes às séries DIFLOG, visto que estas já são estacionárias).

É importante referir que nem sempre os modelos mais “ajustados” à série em estudo são os modelos que permitem obter uma melhor previsão para a mesma.

Foram testados os seguintes modelos AR, MA e ARMA para ambas as séries em estudo (série de dados diários e série de dados mensais, ambas em diferenças logaritmizadas): AR(1), AR(2), MA(1), MA(2), ARMA(1,1), ARMA(1,2), ARMA(2,1) e ARMA(2,2)¹⁹.

Na série referente aos dados diários, de todos os modelos estudados, apenas foi selecionado o modelo ARMA(2,2), cujo *output* pode ser observado na TABELA 9.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.78E-05	0.000127	-0.614080	0.5392
AR(1)	1.953918	0.001582	1234.704	0.0000
AR(2)	-0.996737	0.001567	-636.1541	0.0000
MA(1)	-1.953617	0.001112	-1757.260	0.0000
MA(2)	0.997213	0.001076	927.0626	0.0000
R-squared	0.004310	Mean dependent var	-7.52E-05	
Adjusted R-squared	0.002788	S.D. dependent var	0.006379	
S.E. of regression	0.006371	Akaike info criterion	-7.272365	
Sum squared resid	0.106207	Schwarz criterion	-7.261168	
Log likelihood	9539.070	Hannan-Quinn criter.	-7.268310	
F-statistic	2.831800	Durbin-Watson stat	2.011719	
Prob(F-statistic)	0.023321			
Inverted AR Roots	.98-.21i	.98+.21i		
Inverted MA Roots	.98-.21i	.98+.21i		

TABELA 9 - ARMA(2,2) (DADOS DIÁRIOS)

¹⁹ Os *outputs* referentes aos outros modelos mencionados encontram-se no Anexo A.

Analisando a TABELA 9, os *p-values* dos coeficientes são todos aproximadamente iguais a 0, à exceção do coeficiente da constante, traduzindo que os termos autorregressivos e de média móvel são estatisticamente significativos.

O valor da estatística de teste Durbin-Watson é muito próximo de 2, o que indica a não correlação de ordem 1 entre os resíduos (ou seja, os resíduos são independentes, quando o lag considerado é 1).

Os erros de regressão apresentam valores baixos, reunindo, assim, boas características de modo a que o modelo seja utilizado na previsão. A estatística de teste F e o *p-value* associado refletem, também, de forma global, a significância das variáveis do modelo ARMA considerado.

Passando agora para os retornos logaritmizados da série de dados mensais, o modelo “aceite” dentro de todos os analisados e propostos foi o modelo ARMA(1,2).

O *output* correspondente a este modelo é apresentado pela TABELA 10.

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.001660	0.002982	-0.556631	0.5789
AR(1)	-0.950006	0.048105	-19.74843	0.0000
MA(1)	1.341255	0.093700	14.31437	0.0000
MA(2)	0.409918	0.085602	4.788658	0.0000
R-squared	0.127529	Mean dependent var	-0.001693	
Adjusted R-squared	0.104769	S.D. dependent var	0.024357	
S.E. of regression	0.023046	Akaike info criterion	-4.669603	
Sum squared resid	0.061079	Schwarz criterion	-4.576187	
Log likelihood	281.8414	Hannan-Quinn criter.	-4.631670	
F-statistic	5.603166	Durbin-Watson stat	2.090002	
Prob(F-statistic)	0.001272			
Inverted AR Roots	-.95			
Inverted MA Roots	-.47	-.87		

TABELA 10 - ARMA(1,2) (DADOS MENSAIS)

Na TABELA 10, à imagem das conclusões retiradas a partir da TABELA 9, os termos autorregressivos e de média móvel são significativos devido ao facto de rejeitarmos a hipótese nula de não significância (pois os *p-values* são todos inferiores aos níveis considerados).

A estatística de teste Durbin-Watson tem um valor muito bom, sendo muito próximo de 2, portanto os resíduos são independentes numa correlação de ordem 1.

Neste modelo, os erros de regressão apresentam valores um pouco mais altos em comparação com os observados na TABELA 9.

A partir de este ponto, o estudo será feito com base nestes dois modelos “escolhidos”. Ou seja, para os retornos logaritmizados da série dos valores diários da taxa de câmbio EUR/USD estará

representada e será utilizada para previsão através do modelo ARMA(2,2). Analogamente, para a série de valores mensais em diferenças logaritmizadas usar-se-á o modelo ARMA(1,2).

3.6. ANÁLISE DOS RESÍDUOS

Para que ambos os modelos sejam boas representações dos dados das séries, tanto o modelo ARMA(2,2) (retornos logaritmizados da série dos dados diários) como o modelo ARMA(1,2) (retornos logaritmizados da série dos dados mensais) devem ser validados, ou seja, é necessário fazer uma análise aos resíduos de cada modelo.

O estudo feito aos resíduos recai em dois pontos fundamentais: teste à correlação dos resíduos e teste à heterocedasticidade dos resíduos.

Note-se que, nem sempre os modelos “mais ajustados” à série em estudo são os “melhores” no que respeita ao capítulo da previsão, que neste caso é um dos principais focos deste trabalho.

3.6.1. TESTE À CORRELAÇÃO DOS RESÍDUOS

Para se testar a correlação (de qualquer ordem), ou falta dela, entre os resíduos do modelo a validar, foi usado o teste “*Serial Correlation LM*”, que implica:

H_0 : resíduos sem autocorrelação (independentes)

H_1 : resíduos com autocorrelação (dependentes)

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	0.109021	Prob. F(2,2612)	0.8967
Obs*R-squared	0.218774	Prob. Chi-Square(2)	0.8964

TABELA 11 - TESTE À CORRELAÇÃO DOS RESÍDUOS PARA ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	1.465646	Prob. F(2,113)	0.2353
Obs*R-squared	3.008876	Prob. Chi-Square(2)	0.2221

TABELA 12 - TESTE À CORRELAÇÃO DOS RESÍDUOS PARA ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAS)

Através das TABELA 11 e TABELA 12, podemos concluir que os resíduos são independentes, tanto para o modelo ARMA(2,2) da série dos dados diários em diferenças logaritmizadas, como para o modelo ARMA(1,2) da série dos dados mensais em diferenças logaritmizadas.

Portanto, não se rejeita a hipótese nula, o que quer dizer que os resíduos não apresentam autocorrelação.

3.6.2. TESTE À HETEROCEDASTICIDADE DOS MODELOS

O teste à heterocedasticidade dos resíduos pretende avaliar a volatilidade (variância), ou seja, uma variância estável em todo o intervalo de tempo em causa traduz a homocedasticidade dos resíduos. Ao invés, quando a variância apresenta oscilações ao longo do desenvolvimento da série em estudo, significa que se está na presença de heterocedasticidade nos resíduos.

Para verificar a existência de homocedasticidade ou heterocedasticidade nos resíduos das séries, foi utilizado o teste ARCH, que tem como pressupostos:

H_0 : variância constante (homocedasticidade)

H_1 : variância oscilante (heterocedasticidade)

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	160.4658	Prob. F(1,2619)	0.0000
Obs*R-squared	151.3171	Prob. Chi-Square(1)	0.0000

TABELA 13 - TESTE ARCH PARA ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Observada a TABELA 13, verifica-se que o *p-value* obtido foi aproximadamente igual a 0. Isto indica que os resíduos do modelo ARMA(2,2), referente aos retornos logaritmizados da série dos dados diários, apresentam uma variância a oscilar ao longo do tempo, ou seja, os resíduos são heterocedásticos.

Esta ideia leva a outra conclusão: o facto de os resíduos do modelo serem heterocedásticos indica que o modelo ARMA(2,2) não descreve os dados da série da melhor maneira, ou de outra forma, não se ajusta bem aos dados que constituem a série.

Dito isto, o mais expectável neste cenário seria utilizar modelos GARCH (modelos utilizados para a análise de séries temporais na presença de heterocedasticidade) para descrever os dados da série.

Optou-se por continuar o estudo com o modelo ARMA(2,2), com a justificação que, geralmente, os modelos ARMA apresentam melhores resultados relativamente aos modelos GARCH, no que diz respeito à previsão de séries temporais. E sendo este o pressuposto máximo presente neste trabalho (a obtenção da melhor previsão possível), o modelo ARMA(2,2) foi preferido relativamente aos modelos GARCH, de modo a ser alcançada uma previsão mais eficaz.

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.712210	Prob. F(1,116)	0.4004
Obs*R-squared	0.720069	Prob. Chi-Square(1)	0.3961

TABELA 14 -TESTE ARCH PARA ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

Por outro lado, os resíduos referentes ao modelo ARMA(1,2) da série dos dados mensais em diferenças logaritmizadas apresentam-se como homocedásticos, como é possível confirmar pela TABELA 14, onde o *p-value* é aproximadamente 0,4004, ou seja, não se rejeita a hipótese nula, sendo possível, desta forma, afirmar que os resíduos deste modelo apresentam uma variância constante por todo o seu desenvolvimento.

Utilizando outras palavras, o modelo pode ser validado pois descreve de uma forma fiel os dados que constituem a série (em diferenças logaritmizadas) referente aos valores mensais.

3.7. PREVISÃO

O próximo, e último, passo deste trabalho passa pela previsão das séries temporais em estudo, logo, serão os resultados retirados nesta secção que permitirão concluir acerca do objetivo proposto, que se traduz em alcançar a melhor previsão possível para cada uma das séries apresentadas

A previsão de cada série será feita através de três modelos: ARMA (na realidade ARIMA), Alisamento Exponencial e Médias Móveis.

Com base no estudo efetuado até este ponto, e de modo a seguir um encadeamento lógico, iremos começar pela previsão através dos modelos ARMA calculados anteriormente, ARMA(2,2) para a série dos dados diários e ARMA(1,2) para a série dos dados mensais, ambas em diferenças logaritmizadas.

3.7.1. MODELOS ARMA/ARIMA²⁰

A previsão efetuada pelos modelos ARMA irá ser organizada da seguinte maneira: primeiramente será efetuada a previsão para a série dos dados diários e só depois para a série dos dados mensais. A previsão de cada série será composta por uma previsão *in sample*, que representa uma previsão para a janela temporal da própria série (últimos 20 dias úteis para a série de dados diários e último mês para a série de dados mensais), e uma previsão *out-of-sample*, onde serão previstos valores para fora do intervalo temporal de cada série (próximos 5 dias para a série de dados diários e próximo mês para a série de dados mensais). Adicionalmente, será testada a

²⁰ Os *outputs* apresentados nesta secção são referentes às séries originais, pelo que quando nos referimos aos Modelos ARMA são, na verdade, Modelos ARIMA, visto que é necessária a estacionariedade de ambas as séries. Todos os restantes *outputs* referentes a esta secção encontram-se no Anexo B.

presença de quebras de estrutura em cada uma das séries e, em caso positivo, serão feitas novas previsões (*in sample* e *out-of-sample*) para a nova amostra pós-quebra.

Dá-se início com a previsão *in sample* da série de dados diários através do modelo ARMA(2,2) (FIGURA 16):

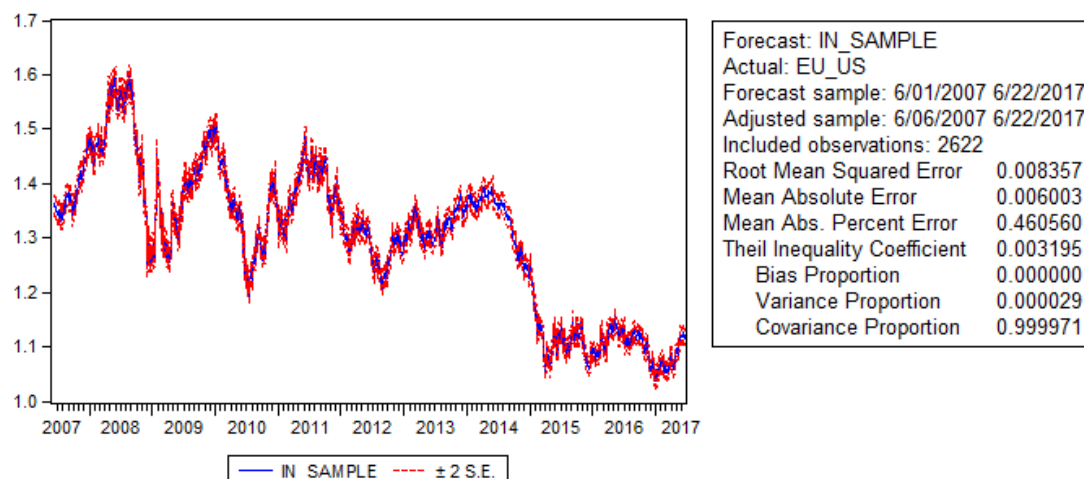


FIGURA 16 - PREVISÃO *IN SAMPLE* ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Da FIGURA 16, retiram-se as seguintes conclusões: tanto o erro absoluto médio (MAE) como a raiz do erro quadrático médio (RMSE) apresentam valores muito baixos, o que sugere uma boa previsão; o coeficiente de Theil, que varia entre 0 e 1 (onde o 0 indica o ajuste perfeito), tem um valor próximo de 0, logo os valores previsto *in sample* aproximam-se dos valores da série original (dados diários); a proporção de Bias (indica o quão longe está a média da previsão relativamente à média da série) é 0, reforçando a ideia que esta é uma boa previsão; a proporção da variância mede a diferença entre a variância da previsão e a da série, ou seja, se o valor for próximo de 0 é uma boa previsão, o que acontece neste caso; por fim, quanto mais perto de 1 for a proporção da covariância melhor será a previsão, que é o que se observa na FIGURA 16. Ou seja, pela FIGURA 16 pode-se concluir que o modelo ARMA(2,2) representa uma boa previsão *in sample* para a série.

Na TABELA 15, foi sumariado o desempenho da previsão *in sample* feita à série dos valores diários da taxa de câmbio EUR/USD entre 1 de Junho de 2007 e 22 de Junho de 2017 para os últimos 20 dias úteis, ou seja, de dia 26 de Maio de 2017 até ao dia 22 de Junho de 2017.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO COM ARMA (2,2)	ERRO DE PREVISÃO
26/05/2017	1,1196	1,121251	0,001651
29/05/2017	1,1188	1,119481	0,000681
30/05/2017	1,1173	1,118712	0,001412
31/05/2017	1,1221	1,117241	0,004859
01/06/2017	1,1219	1,122070	0,000170
02/06/2017	1,1217	1,121899	0,000199
05/06/2017	1,1249	1,121723	0,003177
06/06/2017	1,1258	1,124944	0,000856
07/06/2017	1,1217	1,125861	0,004161
08/06/2017	1,1229	1,121771	0,001129
09/06/2017	1,1176	1,122972	0,005372
12/06/2017	1,1221	1,117665	0,004435
13/06/2017	1,1217	1,122151	0,000451
14/06/2017	1,1203	1,121732	0,001432
15/06/2017	1,1166	1,120308	0,003708
16/06/2017	1,1167	1,116579	0,000121
19/06/2017	1,1199	1,116645	0,003255
20/06/2017	1,1156	1,119810	0,004210
21/06/2017	1,1147	1,115477	0,000777
22/06/2017	1,1169	1,114542	0,002358

TABELA 15 - PERFORMANCE DA PREVISÃO IN SAMPLE ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Através da TABELA 15 podemos validar a ideia retirada da FIGURA 16, onde se assumiu o bom desempenho da previsão *in sample* do modelo ARMA(2,2).

É visível que as previsões, para os últimos 20 dias, indicam, de uma forma geral, valores da taxa de câmbio EUR/USD muito próximos dos reais valores da taxa para esses mesmos dias.

Assim, há um corroborar da ideia que o modelo ARMA(2,2) apresenta uma previsão com um nível suficientemente satisfatório.

Vejamos, agora, a previsão *out-of-sample*.

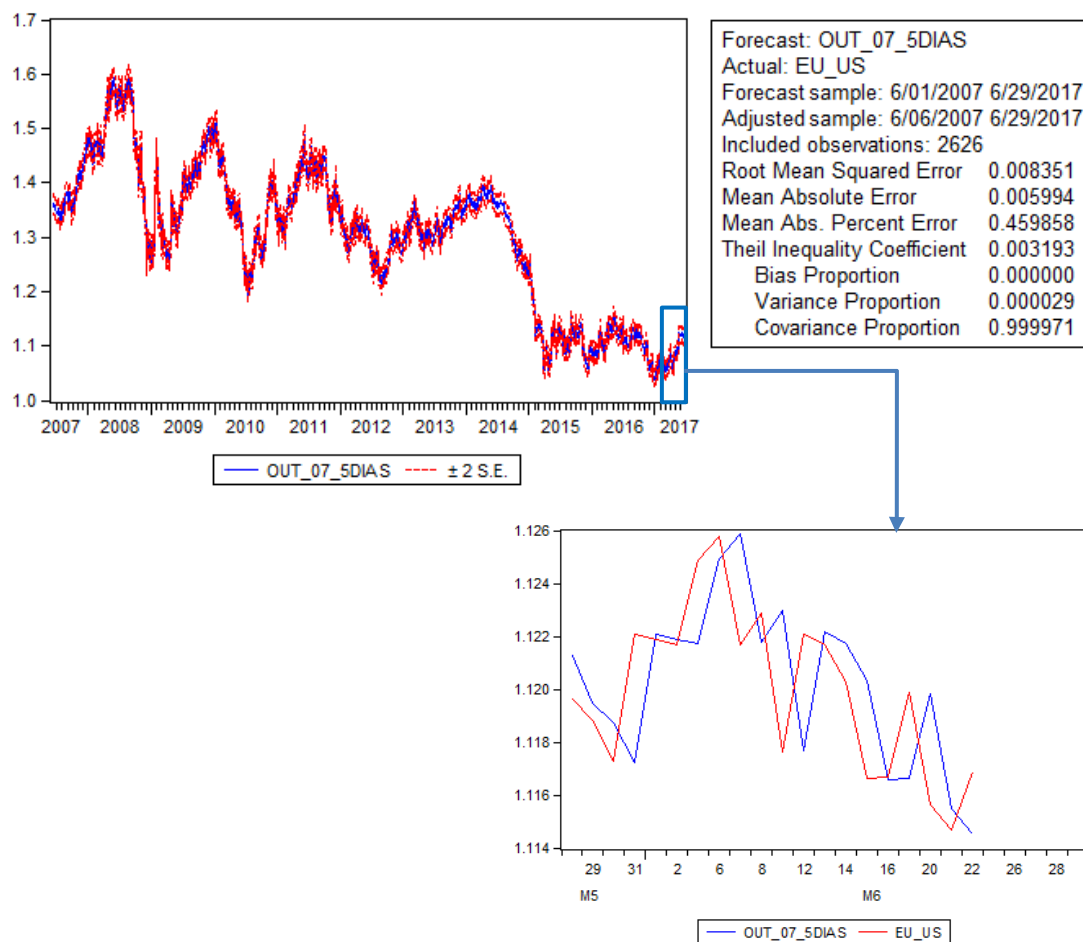


FIGURA 17 - PREVISÃO *OUT-OF-SAMPLE* ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

A FIGURA 17 representa a previsão do quinto dia (útil) após o final da janela temporal da série inicial, logo, como a série terminava dia 22 de Junho de 2017, esta previsão diz respeito ao dia 29 de Junho de 2017. Note-se que no caso da previsão *out-of-sample*, o processo tem que ser feito dia a dia, ou seja, para se prever 5 dias depois do final do intervalo temporal da série tem que se prever para o dia seguinte (utilizando toda a amostra) e adicionar esse valor à série original, e de seguida prever o segundo dia após, e assim sucessivamente até alcançar a previsão do quinto dia.

Comparando a FIGURA 17 com a FIGURA 16, podemos observar que os valores obtidos para ambas as previsões são praticamente os mesmos. Desta forma, é de esperar que a previsão *out-of-sample* do modelo ARMA(2,2) tenha, à semelhança da previsão *in sample*, um bom grau de desempenho.

Com o objetivo avaliar a previsão obtida de uma forma mais concisa, foi elaborada uma síntese da previsão (representada através da TABELA 16) onde se pode comparar os resultados obtidos com os verdadeiros valores²¹ da taxa de câmbio EUR/USD para os referidos dias.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO COM ARMA (2,2)	ERRO DE PREVISÃO
23/06/2017	1,1173	1,1167	0,0006
26/06/2017	1,1187	1,1165	0,0022
27/06/2017	1,1278	1,1163	0,0115
28/06/2017	1,1375	1,1160	0,0215
29/06/2017	1,1413	1,1158	0,0255

TABELA 16 - PERFORMANCE DA PREVISÃO OUT-OF-SAMPLE ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

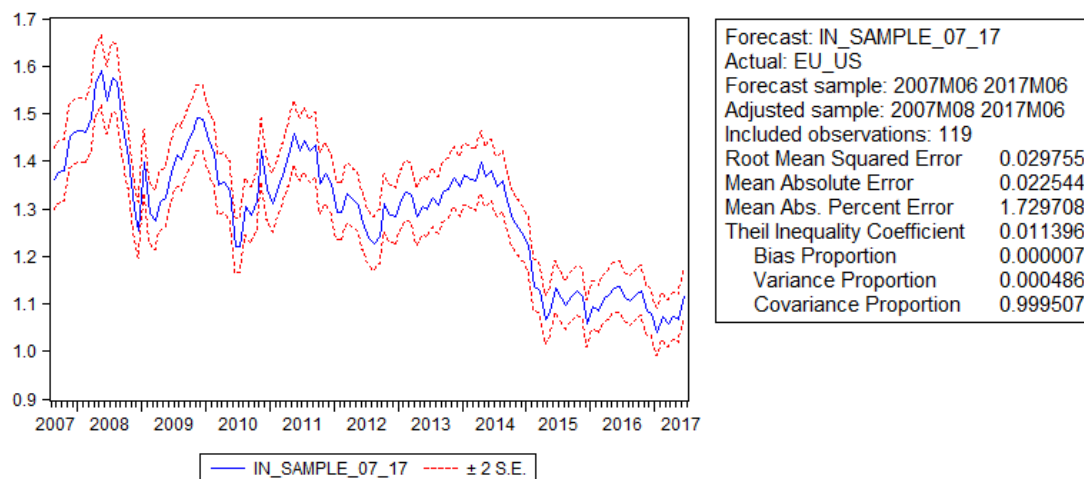
Primeiramente, constata-se que a previsão para o dia imediatamente a seguir ao intervalo da série original apresenta um erro muito baixo, reforçando a conclusão obtida na análise da FIGURA 17.

Porém, a informação disponibilizada na TABELA 16 mostra que existiu um aumento muito significativo e progressivo nos erros de previsão, o que está logicamente relacionado com o aumento instantâneo da taxa a partir dos dias 27/28 de Junho de 2017. Este aumento originou valores que contrastam com, por exemplo, os últimos 20 dias da amostra, como se pode verificar na TABELA 15.

Avaliar a previsão sob estas circunstâncias representa uma tarefa árdua, contudo retém-se a nota de que a previsão para o primeiro dia *out-of-sample* foi muito próxima do seu real valor.

No que diz respeito à série dos dados mensais, o modelo utilizado para previsão é o ARMA(1,2), como visto anteriormente. Previsão essa que é representada pela FIGURA 18:

²¹ Valores retirados do Banco Central Europeu.

FIGURA 18 - PREVISÃO *IN SAMPLE* ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

Comparativamente com a previsão *in sample* do modelo ARMA(2,2) para a série de dados diários, FIGURA 16, constata-se que a presente previsão, modelo ARMA(1,2) para os dados mensais (FIGURA 18), apresenta um desempenho inferior.

Em primeiro lugar, apresenta uns valores de RMSE e MAE muito superiores, ou seja, as medidas do erro de previsão.

O coeficiente de Theil é mais afastado de 0, o que sugere uma pior previsão, reforçada pelo facto de a proporção de covariância ser, da mesma forma, mais afastada, mas neste caso de 1.

De uma forma geral, e analisando apenas as seguintes Figuras (FIGURA 16 e FIGURA 18), concluímos que a previsão *in sample* feita pelo modelo ARMA(2,2) para a série diária é mais eficaz e tem um erro menor, relativamente à previsão *in sample* feita pelo modelo ARMA(1,2) para a série dos dados mensais.

Efetuuou-se, tal como na previsão *in sample* para a série diária, uma representação (TABELA 17) que sumariza a previsão, sendo que neste caso apenas importa a previsão para o último valor mensal da amostra.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO COM ARMA (1,2)	ERRO DE PREVISÃO
2017M06	1,1222	1,1184	0,0038

TABELA 17 - PERFORMANCE DA PREVISÃO *IN SAMPLE* ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

O próximo passo é a previsão *out-of-sample* através do modelo ARMA(1,2), referente à série de dados mensais. O *output* associado é expresso pela FIGURA 19:

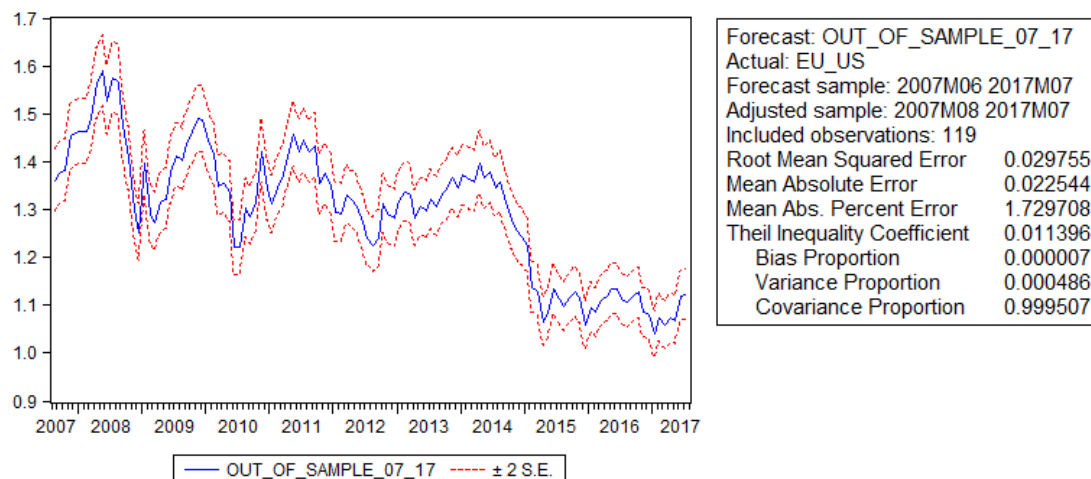


FIGURA 19 – PREVISÃO OUT-OF-SAMPLE ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

É visível que os *outputs* obtidos tanto na previsão *in sample* como *out-of-sample* são exatamente iguais, bastando para isso observar todos os coeficientes das FIGURA 18 e FIGURA 19.

Isto indica que o modelo não sofre qualquer tipo de perturbação ao passar de uma previsão *in sample* para uma previsão *out-of-sample*. Um fator associado a tal poderá ser o facto de se estar a utilizar uma série (dados mensais) muitíssimo mais pequena comparativamente com a série dos dados diários, que por sua vez apresentou algumas, embora que pequenas, diferenças entre previsão *in sample* e *out-of-sample*.

Na TABELA 18 está representado o desempenho do modelo ARMA(1,2), no que diz respeito à previsão *out-of-sample* para o próximo valor da amostra, referente ao mês seguinte do intervalo da série (dados mensais):

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO COM ARMA (1,2)	ERRO DE PREVISÃO
2017M07	1,1511	1,1227	0,0284

TABELA 18 - PERFORMANCE DA PREVISÃO OUT-OF-SAMPLE ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

Observando a TABELA 18, verificamos que os valores (real e previsto) diferem substancialmente, sendo, desta forma, possível concluir que o modelo ARMA (1,2) produz uma previsão *in sample* (TABELA 17) mais eficaz relativamente à previsão *out-of-sample* (TABELA 18).

Quebras de Estrutura

Como era visível, tanto na FIGURA 8 como na FIGURA 9, ambas as séries apresentam quebras estruturais ao longo do seu desenvolvimento (os *outputs* que comprovam a existência de quebras de estrutura em ambas as séries encontram-se no Anexo C, onde foi utilizado o teste de Chow).

Sendo assim, e sabendo que as quebras de estrutura afetam negativamente o desempenho das previsões, foi escolhido um novo período de tempo para previsão de modo a atingir a melhor previsão possível, que, como já foi referido anteriormente, é o foco deste trabalho. O período temporal em causa é de 1 de Junho de 2015 a 22 de Junho de 2017 para a série de dados diários e de Julho de 2015 (visto que a partir de Junho não tinha nenhum modelo ARMA associado) até Junho de 2017 para os dados mensais. A escolha deste período prende-se com o facto de, tanto visualmente como analisando os valores das séries, ambas as séries apresentarem um desenvolvimento sem oscilações abruptas no respetivo intervalo temporal.

Em ambas as séries foram testados vários modelos para o novo intervalo, sendo que os modelos “escolhidos” são os mesmos que para o intervalo 2007-2017 (os *outputs* correspondentes estão colocados no Anexo D, onde também se encontram as comparações entre séries originais e séries previstas).

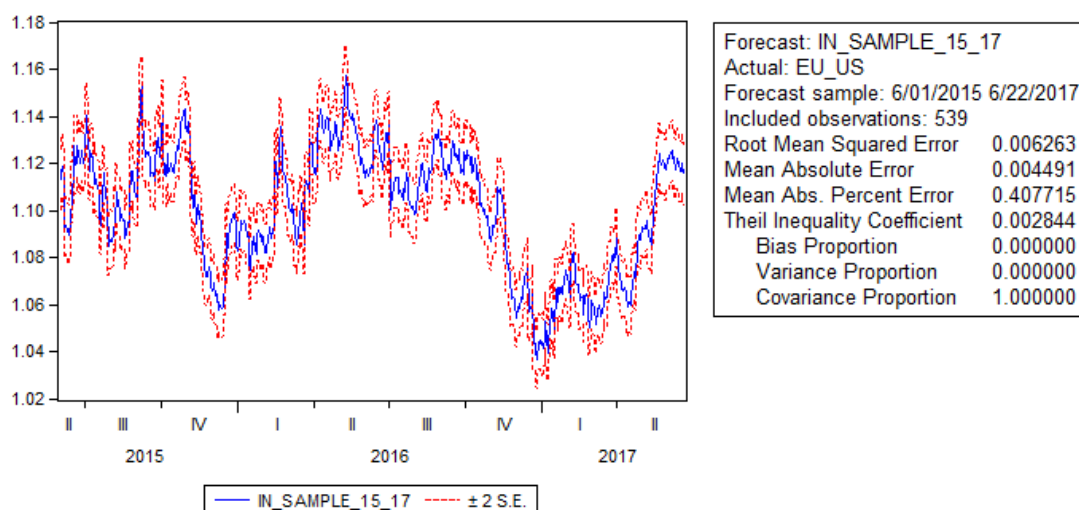


FIGURA 20 - PREVISÃO *IN SAMPLE* ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Na FIGURA 20 está representada a previsão *in sample* efetuada pelo modelo ARMA(2,2) para a série de dados diários, no intervalo temporal de 2015 a 2017.

Comparativamente com a previsão *in sample* do mesmo modelo mas para a janela 2007-2017 (FIGURA 16), observa-se que a presente previsão apresenta valores de RMSE e MAE muito inferiores, o coeficiente de Theil é mais próximo de 0, a proporção de Bias continua a ser 0, a

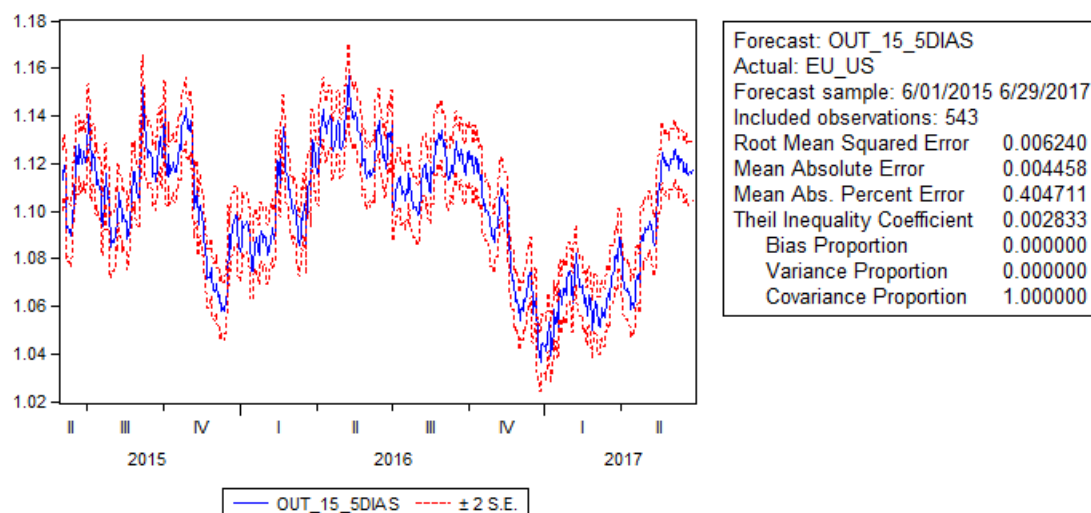
proporção da variância passa a ser 0 e a proporção da covariância atinge o valor 1 (perfeito), ou seja, a previsão *in sample* no intervalo 2015-2017 apresenta um desempenho consideravelmente superior relativamente à previsão *in sample* de 2007-2017.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO COM ARMA (2,2)	ERRO DE PREVISÃO
26/05/2017	1,1196	1,121376	0,00178
29/05/2017	1,1188	1,119661	0,00086
30/05/2017	1,1173	1,118807	0,00151
31/05/2017	1,1221	1,117251	0,00485
01/06/2017	1,1219	1,121932	0,00003
02/06/2017	1,1217	1,122021	0,00032
05/06/2017	1,1249	1,121883	0,00302
06/06/2017	1,1258	1,124739	0,00106
07/06/2017	1,1217	1,125635	0,00394
08/06/2017	1,1229	1,121926	0,00097
09/06/2017	1,1176	1,122981	0,00538
12/06/2017	1,1221	1,117540	0,00456
13/06/2017	1,1217	1,121776	0,00008
14/06/2017	1,1203	1,121795	0,00150
15/06/2017	1,1166	1,120650	0,00405
16/06/2017	1,1167	1,116630	0,00007
19/06/2017	1,1199	1,116273	0,00363
20/06/2017	1,1156	1,119700	0,00410
21/06/2017	1,1147	1,116135	0,00144
22/06/2017	1,1169	1,114925	0,00198

TABELA 19 - PERFORMANCE DA PREVISÃO *IN SAMPLE* ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Analisando o desempenho da previsão, através da TABELA 19, comprova-se que as diferenças entre os valores reais e os previstos são muito baixas, existindo mesmo erros na quinta casa decimal, o que comprova o muito bom comportamento da previsão *in sample* 2015-2017

Passando para a previsão *out-of-sample* do modelo ARMA(2,2) no período 2015-2017, o resultado aparece representado na FIGURA 21.

FIGURA 21 - PREVISÃO *OUT-OF-SAMPLE* ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Os resultados da previsão *out-of-sample* do modelo ARMA(2,2) em 2015-2017 são basicamente iguais ao obtidos na previsão *in sample* (FIGURA 20) do mesmo período, salvo pequenas diferenças na quarta casa decimal das medidas de erro RMSE e MAE.

Os restantes coeficientes mantêm-se iguais, ou seja, conclui-se, que a previsão *out-of-sample* nesta janela temporal também apresenta um bom desempenho. Comparando com a previsão *out-of-sample* do período 2007-2017 (FIGURA 17), verifica-se o mesmo que na previsão *in sample*, que o modelo ARMA(2,2) apresenta previsões significativamente melhores no intervalo temporal 2015-2017.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO COM ARMA (2,2)	ERRO DE PREVISÃO
23/06/2017	1,1173	1,116354	0,000946
26/06/2017	1,1187	1,116072	0,002628
27/06/2017	1,1278	1,116526	0,011274
28/06/2017	1,1375	1,116877	0,020623
29/06/2017	1,1413	1,116510	0,024790

TABELA 20 - PERFORMANCE DA PREVISÃO *OUT-OF-SAMPLE* ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Na TABELA 20, observa-se que o erro começou por ser muito pequeno no primeiro dia fora da amostra e que foi aumentado progressivamente, como verificado na previsão *out-of-sample* de 2007-2017. Este aumento da taxa de câmbio EUR/USD foi “inesperado” (tendo em conta os últimos valores), tornando, desta forma, a tarefa de previsão mais complicada.

As previsões *in sample* e *out-of-sample* da série referente aos dados mensais foram feitas pelo modelo ARMA(1,2) e no intervalo temporal Julho de 2015 a Junho de 2017.

A figura FIGURA 22 retrata o resultado da previsão *in sample*.

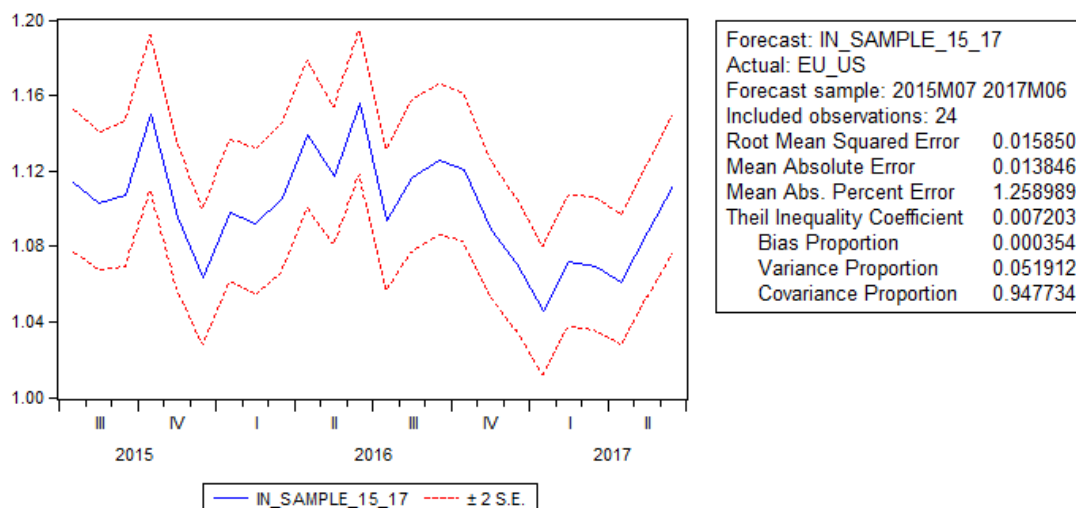


FIGURA 22 - PREVISÃO *IN SAMPLE* ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)

Esta nova previsão, comparativamente com a previsão *in sample* para o período 2007-2017 (ver FIGURA 18), apresenta medidas de erro (RMSE e MAE) inferiores, um coeficiente de Theil mais próximo de 0 mas curiosamente uma proporção de variância significativamente mais elevada e uma proporção de covariância mais afastada de 1.

Ou seja, esta nova previsão consegue níveis de erro mais baixos mas, por outro lado, a própria previsão não é tão ajustada à série inicial.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO COM ARMA (1,2)	ERRO DE PREVISÃO
2017M06	1,1222	1,1119	0,0103

TABELA 21 - PERFORMANCE DA PREVISÃO *IN SAMPLE* ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)

Como é visível na TABELA 21, o erro de previsão para o último valor mensal da amostra é de 0,0103, enquanto que na previsão *in sample* 2007-2017 se obteve um erro de 0,0038 (TABELA 17), o que indica que a previsão no intervalo 2007-2017 obteve um melhor desempenho relativamente à previsão para esta nova janela de previsão.

O próximo passo será avaliar a previsão *out-of-sample* para este período (2015-2017).

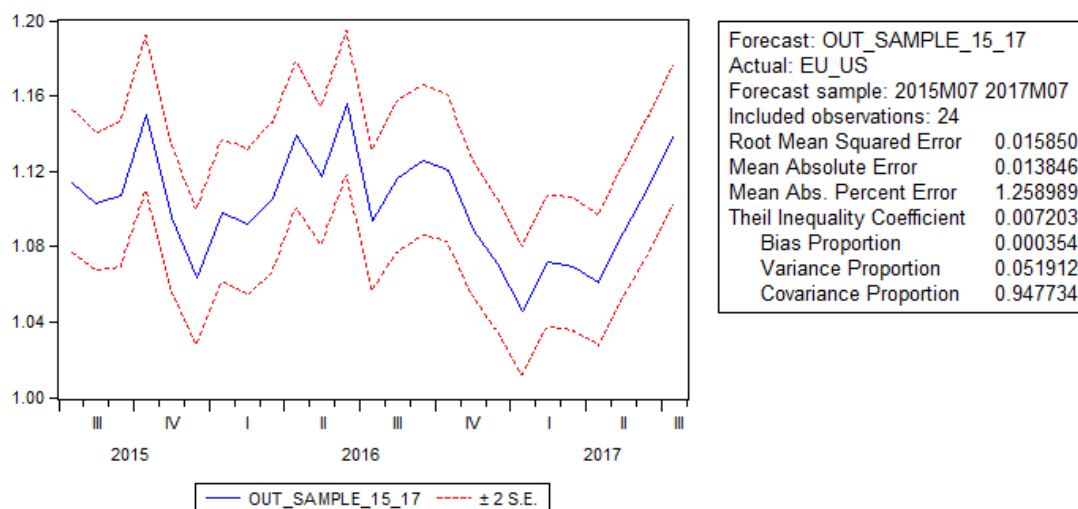


FIGURA 23 - PREVISÃO *OUT-OF-SAMPLE* ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSALIS)

Tal como no período 2007-2017 os *outputs* obtidos tanto na previsão *in sample* como *out-of-sample* são exatamente iguais, bastando para isso comparar todos os coeficientes das FIGURA 22 e FIGURA 23.

Retira-se a mesma conclusão, ou seja, que o modelo não sofre qualquer tipo de perturbação ao passar de uma previsão *in sample* para uma previsão *out-of-sample*.

Constatou-se que a previsão *in sample* de 2015-2017 teve pior desempenho do que a de 2007-2017, então vejamos o que acontece com a previsão *out-of-sample* em 2015-2017 em comparação com o intervalo temporal original (2007-2017). Para isso, observe-se a TABELA 22:

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO COM ARMA (1,2)	ERRO DE PREVISÃO
2017M07	1,1511	1,1393	0,0118

TABELA 22 - PERFORMANCE DA PREVISÃO *OUT-OF-SAMPLE* ARMA (1,2) 2015-2017 (DADOS MENSALIS)

Através da TABELA 22 conclui-se, à semelhança do ocorrido na previsão *in sample*, que a previsão *out-of-sample* efetuada pelo modelo ARMA (1,2) à série dos dados mensais apresenta uma maior eficácia no intervalo temporal 2015-2017 relativamente ao intervalo 2007-2017, ou seja, o desempenho da previsão melhora consideravelmente após a eliminação de quebras estruturais.

3.7.2. MÉTODO DE ALISAMENTO EXPONENCIAL (AE) ²²

O método de Alisamento Exponencial é muito prático para realizar previsões de séries temporais, especialmente para séries de curta periodicidade, e com a vantagem de que todos os seus coeficientes são atualizados a cada momento, não permanecendo, assim, fixos ao longo do processo.

Como visto no capítulo anterior, 2.3.3, o método de Alisamento Exponencial pode ser dividido em três sub-métodos: Simples, Linear de Holt (tendência, mas não sazonalidade) e Holt-Winters (tendência e sazonalidade). No último sub-método, Holt-Winters, a sazonalidade pode ser abordada de forma aditiva ou multiplicativa, como visto em 2.3.3.

A previsão através dos métodos de Alisamento Exponencial vai englobar automaticamente previsão *in sample* e previsão *out-of-sample*, visto que é indiferente prever primeiramente *in sample* e só depois prever *out-of-sample*. Desta forma, o único resultado obtido a partir da previsão feita por cada método de Alisamento Exponencial apresentará as previsões dos últimos 20 dias úteis e dos próximos 5 dias úteis do intervalo temporal da série dos dados diários, bem como a previsão do último valor mensal e do próximo valor mensal da série dos dados mensais.

Tal como na previsão através dos modelos ARMA, serão feitas previsões para diferentes intervalos temporais. Igualmente, a série de dados diários será, também, prevista no período 1 de Junho de 2015 até 22 de Junho de 2017, enquanto que a série de dados mensais será na janela temporal de Julho de 2015 até Junho de 2017, como aconteceu na previsão dos modelos ARMA.

No caso das séries em estudo realiza-se apenas o método de Alisamento Exponencial Simples, visto que é o único método que não envolve tendência nem sazonalidade. O método Linear de Holt é utilizado para séries com tendência, mas sem sazonalidade, logo não se realiza pois as séries não apresentam tendência. Por sua vez, o método de Holt-Winters também não se realiza, pois as séries em causa apresentam ausência de sazonalidade.

A TABELA 23 traduz o resultado da previsão da série de dados diários através do método de Alisamento Exponencial Simples para a janela 2007-2017:

Date: 07/26/17 Time: 20:20		
Sample: 6/01/2007 6/28/2017		
Included observations: 2629		
Method: Single Exponential		
Original Series: EU_US		
Forecast Series: AE_SIMPLES_07		
<hr/>		
Parameters:	Alpha	0.9970
	Sum of Squared Residuals	0.184988
	Root Mean Squared Error	0.008388
<hr/>		
End of Period Levels:	Mean	1.116876
<hr/>		

TABELA 23 - PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

²² Para simplificação, usar-se-á a abreviatura AE para Alisamento Exponencial e cujos restantes *outputs* referentes à previsão pelo método de Alisamento Exponencial encontram-se no Anexo E.

Observando a TABELA 23 retiram-se as seguintes conclusões: o coeficiente de α é muito perto de 1, o que significa que o modelo atribui mais peso a observações mais recentes, tornando-se, assim, mais sensível a mudanças. A medida de erro apresentada é o RMSE, que por sua vez apresenta um valor baixo, o que indicia uma boa previsão.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO AE SIMPLES	ERRO DE PREVISÃO
26/05/2017	1,1196	1,121394	0,001794
29/05/2017	1,1188	1,119605	0,000805
30/05/2017	1,1173	1,118802	0,001502
31/05/2017	1,1221	1,117305	0,004795
01/06/2017	1,1219	1,122086	0,000186
02/06/2017	1,1217	1,121901	0,000201
05/06/2017	1,1249	1,121701	0,003199
06/06/2017	1,1258	1,124890	0,000910
07/06/2017	1,1217	1,125797	0,004097
08/06/2017	1,1229	1,121712	0,001188
09/06/2017	1,1176	1,122896	0,005296
12/06/2017	1,1221	1,117616	0,004484
13/06/2017	1,1217	1,122087	0,000387
14/06/2017	1,1203	1,121701	0,001401
15/06/2017	1,1166	1,120304	0,003704
16/06/2017	1,1167	1,116611	0,000089
19/06/2017	1,1199	1,116700	0,003200
20/06/2017	1,1156	1,119890	0,004290
21/06/2017	1,1147	1,115613	0,000913
22/06/2017	1,1169	1,114703	0,002197
23/06/2017	1,1173	1,116893	0,000407
26/06/2017	1,1187	1,116893	0,001807
27/06/2017	1,1278	1,116893	0,010907
28/06/2017	1,1375	1,116893	0,020607
29/06/2017	1,1413	1,116893	0,024407

TABELA 24 - PERFORMANCE DA PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Na TABELA 24 estão representados os valores reais e previstos, dos últimos 20 dias úteis da amostra e dos 5 dias úteis para além do intervalo amostral, assim bem como a sua diferença.

Como é visível na TABELA 24, a previsão apresenta um desempenho muito bom. Os erros de previsão estão, praticamente todos, na terceira casa decimal e existem, inclusive, alguns dias com erro na quarta casa decimal, o que prova a eficiência da previsão.

Este é, portanto, um método que origina uma boa previsão para a série temporal da taxa de câmbio EUR/USD com valores diários.

O próximo passo será, então, reduzir o intervalo temporal para 2015-2017, onde o resultado aparece expresso na TABELA 25:

Date: 07/30/17 Time: 16:48		
Sample: 6/01/2015 6/28/2017		
Included observations: 543		
Method: Single Exponential		
Original Series: EU_US		
Forecast Series: AE_SIMPLES_15		
<hr/>		
Parameters:	Alpha	0.9680
Sum of Squared Residuals		0.021600
Root Mean Squared Error		0.006307
<hr/>		
End of Period Levels:	Mean	1.116865
<hr/>		

TABELA 25 - PREVISÃO AE SIMPLES 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Observando a TABELA 25, constata-se que o α é muito próximo de 1 e que a medida de erro RMSE é muito baixa. Assim, comparando com a TABELA 23, verifica-se que, a avaliar pelas medidas de erro (RMSE), a previsão através do método de Alisamento Exponencial Simples no período 2015-2017 obteve um melhor desempenho relativamente ao período 2007-2017.

A TABELA 26 mostra o real desempenho desta previsão, ao apresentar o real valor da taxa de câmbio EUR/USD entre 26 de Maio de 2017 (últimos 20 dias úteis da amostra) e 29 de Junho de 2017 (5 dias úteis após amostra), assim como as suas diferenças.

Comparando, minuciosamente, a TABELA 26 com a TABELA 24, observa-se que a presente previsão apresenta, na maioria dos dias, valores de diferenças (entre real e previsto) inferiores aos da previsão 2007-2017, mas isto para os 20 dias úteis antes do final da amostra. No que respeita aos 5 dias úteis pós amostra, foi a previsão do intervalo 2007-2017 quem obteve uma melhor previsão, com diferenças entre valor real e valor previsto mais baixas. Sendo assim, e comparando exclusivamente os desempenhos de ambas as previsões (ambas pelo método de Alisamento Exponencial Simples) através da TABELA 26 e da TABELA 24, chega-se à conclusão que a previsão que utilizou toda a amostra (de 2007 a 2017) obteve uma previsão *out-of-sample* mais satisfatória relativamente à previsão referente à janela 2015-2017, que por sua vez revelou uma previsão *in sample* mais eficaz.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO AE SIMPLES	ERRO DE PREVISÃO
26/05/2017	1,1196	1,121335	0,0017350
29/05/2017	1,1188	1,119656	0,0008560
30/05/2017	1,1173	1,118827	0,0015270
31/05/2017	1,1221	1,117349	0,0047510
01/06/2017	1,1219	1,121948	0,0000480
02/06/2017	1,1217	1,121902	0,0002020
05/06/2017	1,1249	1,121706	0,0031940
06/06/2017	1,1258	1,124798	0,0010020
07/06/2017	1,1217	1,125768	0,0040680
08/06/2017	1,1229	1,121830	0,0010700
09/06/2017	1,1176	1,122866	0,0052660
12/06/2017	1,1221	1,117768	0,0043320
13/06/2017	1,1217	1,121961	0,0002610
14/06/2017	1,1203	1,121708	0,0014080
15/06/2017	1,1166	1,120345	0,0037450
16/06/2017	1,1167	1,116720	0,0000200
19/06/2017	1,1199	1,116701	0,0031990
20/06/2017	1,1156	1,119798	0,0041980
21/06/2017	1,1147	1,115734	0,0010340
22/06/2017	1,1169	1,114733	0,0021670
23/06/2017	1,1173	1,116831	0,0004690
26/06/2017	1,1187	1,116369	0,0023310
27/06/2017	1,1278	1,116081	0,0117190
28/06/2017	1,1375	1,116512	0,0209880
29/06/2017	1,1413	1,116865	0,0244350

TABELA 26 - PERFORMANCE DA PREVISÃO AE SIMPLES 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Estudado o método de Alisamento Exponencial Simples para a série dos dados diários, o passo seguinte será repetir o processo, mas agora para a série dos dados mensais.

Na TABELA 27 está representado o resultado da aplicação do método de Alisamento Exponencial Simples à série de dados mensais, no período 2007-2017, ou seja, em toda a amostra.

Date: 07/30/17	Time: 16:46
Sample: 2007M06	2017M06
Included observations: 121	
Method: Single Exponential	
Original Series: EU_US	
Forecast Series: AE_SIMPLES_07	
Parameters: Alpha	0.9990
Sum of Squared Residuals	0.125686
Root Mean Squared Error	0.032229
End of Period Levels: Mean	1.122183

TABELA 27 - PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

O valor de α é, como na série de dados diários, muito próximo de 1, o que indica que a previsão baseia-se em maior proporção nos dados mais recentes, tornando-se, desta forma, mais suscetível a mudanças.

A medida de erro, RMSE, é muito mais alta do que a da série de dados diários, observando-se, assim, o mesmo que na previsão através de modelos ARMA.

A TABELA 28 mostra a forma como se comportou a série na previsão (*in sample* e *out-of-sample*) pelo método de Alisamento Exponencial Simples para toda a amostra. Estão indicados os valores reais e previstos, do último mês da amostra (*in sample*) e o mês seguinte para além da amostra (*out-of-sample*), assim bem como a sua diferença.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO AE SIMPLES	ERRO DE PREVISÃO
2017M06	1,1222	1,104966	0,017234
2017M07	1,1511	1,122183	0,028917

TABELA 28 - PERFORMANCE DA PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

De seguida, restringe-se o intervalo temporal da previsão pelo método AE Simples para 2015-2017, à semelhança do efetuado na série dos dados diários. O intervalo utilizado para previsão será de Julho de 2015 a Junho de 2017, mantendo desta forma a coerência em relação ao efetuado na previsão pelos modelos ARMA e no método AE Simples para a série dos dados diários.

O resultado desta nova previsão aparece exposto através da TABELA 29.

Observa-se que o valor de α se mantém igual ao registado na TABELA 27, enquanto que o valor de RMSE baixa em relação ao observado, também, na TABELA 27.

Date: 07/30/17 Time: 17:23		
Sample: 2015M07 2017M06		
Included observations: 24		
Method: Single Exponential		
Original Series: EU_US		
Forecast Series: AE_SIMPLES_15		
<hr/>		
Parameters:	Alpha	0.9990
Sum of Squared Residuals		0.007866
Root Mean Squared Error		0.018104
<hr/>		
End of Period Levels:	Mean	1.122183
<hr/>		

TABELA 29 - PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS MENSIS)

Para fechar o capítulo da previsão pelo método de Alisamento Exponencial, é apresentado o resultado do desempenho da previsão por AE Simples para a série dos dados mensais, reduzida à janela de previsão 2015-2017, através da TABELA 30.

Tal como foi feito na TABELA 28, estão apresentados na TABELA 30 o valor mensal real da taxa de câmbio EUR/USD para Junho e Julho de 2017, o valor mensal previsto para estes meses (pelo método AE Simples) e a diferença entre valor real e valor previsto.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO AE SIMPLES	ERRO DE PREVISÃO
2017M06	1,1222	1,104966	0,017234
2017M07	1,1511	1,122183	0,028917

TABELA 30 - PERFORMANCE DA PREVISÃO AE SIMPLES 2015-2017 (DADOS MENSIS)

Comparando a TABELA 30 com a TABELA 28, observamos que os valores previstos foram exatamente os mesmos, independentemente do intervalo temporal considerado. Quer isto dizer que, neste caso em concreto, a previsão da série dos dados mensais através do método AE Simples não sofreu qualquer alteração após a eliminação das quebras estruturais.

3.7.3. MODELOS DE MÉDIA MÓVEL

A previsão das séries temporais em estudo através de modelos de Média Móvel recorre à escolha de um N , ou seja, do número de observações incluídas em cada média (período de média móvel). O objetivo passa por filtrar a série de flutuações aleatórias, “alisando” a série através do operador média, permitindo, assim, identificar um padrão de dados. Quanto maior for o N , mais

“alisada” ficará a série. Contudo, o N não deve ser tão grande de modo a que se perca informação relevante sobre o padrão da série.

Neste estudo foram utilizados, para cada série, os valores 5, 10 e 25 para N . Apenas o “melhor” modelo (menor RMSE) correspondente a cada série será apresentado, sendo que os restantes *outputs* encontram-se no Anexo F.

Há que referir que na previsão através de Médias Móveis não existe previsão *out-of-sample*, visto que neste modelo a série inicial é dividida em intervalos de N observações, logo o último intervalo acaba na última observação da amostra da série, não sendo possível prever o dia seguinte. Assim, serão apresentados apenas os valores dos últimos 20 dias úteis da amostra (dados diários) e o valor do último mês (dados mensais), ou seja, previsão *in sample*.

De igual forma, constata-se que o resultado de prever para a janela 2007-2017 é igual a prever para 2015-2017. Sendo assim, irá apenas ser feita a previsão por Médias Móveis para as séries (dados diários e mensais) no intervalo temporal 2007-2017, ou seja, para a totalidade da amostra das séries originais.

Por último, há que referir que no modelo de Média Móvel, o *software* utilizado (*Eviews*) não reproduz qualquer *output* (apenas origina uma nova série com os valores previstos), sendo que foram feitos cálculos auxiliares para a obtenção da medida de erro RMSE, com o auxílio do *software Microsoft Excel*.

Na TABELA 31, está representado o desempenho da previsão da série de dados diários através do modelo de Médias Móveis com $N = 5$. Estão representados os valores reais da taxa de câmbio dos últimos 20 dias úteis da amostra, ou seja, de 26 de Maio de 2017 até 22 de Junho de 2017, os valores previstos pelo modelo nesses mesmos dias, as diferenças entre valores reais e previstos e o valor da medida de erro RMSE.

É visível que os erros referentes a esta previsão são, em média, baixos, o que traduz uma previsão com um grau satisfatório de desempenho.

Observa-se, igualmente, um RMSE de baixo valor (na terceira casa decimal), reforçando, assim, a ideia retirada da exclusiva observação dos erros.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS	ERRO DE PREVISÃO	RMSE
26/05/2017	1,1196	1,12122	0,00162	0,009198557
29/05/2017	1,1188	1,12012	0,00132	
30/05/2017	1,1173	1,11928	0,00198	
31/05/2017	1,1221	1,11984	0,00226	
01/06/2017	1,1219	1,11994	0,00196	
02/06/2017	1,1217	1,12036	0,00134	
05/06/2017	1,1249	1,12158	0,00332	
06/06/2017	1,1258	1,12328	0,00252	
07/06/2017	1,1217	1,12320	0,00150	
08/06/2017	1,1229	1,12340	0,00050	
09/06/2017	1,1176	1,12258	0,00498	
12/06/2017	1,1221	1,12202	0,00008	
13/06/2017	1,1217	1,12120	0,00050	
14/06/2017	1,1203	1,12092	0,00062	
15/06/2017	1,1166	1,11966	0,00306	
16/06/2017	1,1167	1,11948	0,00278	
19/06/2017	1,1199	1,11904	0,00086	
20/06/2017	1,1156	1,11782	0,00222	
21/06/2017	1,1147	1,11670	0,00200	
22/06/2017	1,1169	1,11676	0,00014	

TABELA 31 - PERFORMANCE DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (5) (DADOS DIÁRIOS)

De seguida repete-se o modelo de Médias Móveis, agora para a série dos dados mensais, representado na TABELA 32.

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS	ERRO DE PREVISÃO	RMSE
2017M06	1,1222	1,08654	0,03566	0,042478707

TABELA 32 - PERFORMANCE DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (5) (DADOS MENSAIS)

Comparativamente com a previsão (Médias Móveis) efetuada à séries dos dados diários, a previsão de Médias Móveis feita à série de dados mensais apresenta um erro de previsão e um RMSE significativamente maiores, o que indica um pior desempenho na previsão.

Pegando neste último exemplo e na sua ideia final, podemos estender essa mesma conclusão a todo o capítulo, ou seja, ao longo deste estudo empírico foi possível verificar, em todos os casos estudados (com todos os modelos utilizados), que as previsões efetuadas na série referente aos dados diários apresentam um desempenho substancialmente superior às previsões realizadas na série dos dados mensais.

No que toca aos modelos de previsão em si, o modelo que apresentou um melhor desempenho foi o modelo ARMA, para ambas as séries e para ambos os períodos temporais.

E relativamente às janelas temporais consideradas, observou-se que com a eliminação das quebras estruturais os resultados obtidos nas revisões foram, regra geral, significativamente melhores.

Verificou-se, também, alguma volatilidade nos valores da taxa de câmbio EUR/USD no final do mês de Junho e no mês de Julho de 2017 (onde se compreendiam as previsões *out-of-sample*), o que desencadeou um aumento significativo nos erros de previsão. Uma possível (mas não certa) explicação, poderá ser o facto de estes meses representarem meses de férias para milhões de pessoas em todo o mundo, o que origina, consequentemente, milhões de trocas cambiais, especificamente trocas cambiais entre o EURO e o DÓLAR.

CONCLUSÃO

As taxas de câmbio representam um dos fatores mais importantes na determinação da “saúde económica” de cada país. Além disso, desempenham um papel crítico no nível de comércio de um país, algo fundamental para a maioria das economias de todo o mundo. Por isto, a previsão de valores futuros de determinadas taxas de câmbio suscita um interesse e uma motivação vitais para a tomada de decisões no âmbito financeiro e económico.

Como já foi referido ao longo do presente trabalho, o propósito (prático) deste estudo passou por “encontrar” a melhor previsão possível para a taxa de câmbio EUR/USD, através do estudo de duas séries temporais, uma de dados diários e outra de dados mensais.

A previsão de ambas as séries temporais foi feita através de 3 métodos de previsão: modelos ARMA, método de Alisamento Exponencial Simples e modelos de Médias Móveis.

Inicialmente, foi feita uma análise detalhada para ambas as séries, de igual forma e seguindo os mesmos procedimentos.

Através da representação gráfica das séries observou-se a não linearidade de ambas, indicando, desta forma, a inexistência de uma tendência linear nas séries em estudo. Registaram-se, também, múltiplos picos significativos nos valores das séries, indiciando, assim, a existência de quebras estruturais. A queda mais notada foi registada no ano 2008, logicamente explicada pela ocorrência da “Grande Recessão” nesse mesmo ano. Com estas observações, foi possível concluir a não estacionariedade das duas séries em causa.

Após uma análise estatística às séries, constatou-se que ambas eram platicúrticas mas no que respeita à normalidade das séries, apenas a série de dados mensais se desenvolvia ao longo do tempo segundo uma distribuição Normal, contrastando com a série de dados diários, que não era caracterizada por uma distribuição Normal.

Seguiu-se o estudo à estacionariedade das séries e, como esperado (pela conclusão retirada na observação gráfica), ambas se apresentavam como não estacionárias. Nesta análise à estacionariedade das séries foram utilizados os testes de raiz unitária ADF e KPSS, onde ambos comprovaram a existência de raiz unitária nas duas séries, ou seja, a não estacionariedade das mesmas.

Feita a análise das séries em estudo, e registada a não estacionariedade de ambas, foi necessário “estacionarizar” ambas as séries, de modo a ser possível prosseguir com a previsão através dos modelos ARMA. Para isso, recorreu-se às diferenças logaritmizadas (retornos).

Com as séries estacionarizadas, o passo seguinte foi determinar qual o modelo que melhor se ajustava a cada uma das séries, de forma a descrever mais eficazmente os dados. Para a série de dados diários em diferenças logaritmizadas, o modelo estimado foi o modelo ARMA(2,2), enquanto que para a série de dados mensais em diferenças logaritmizadas foi o modelo ARMA(1,2). Analisando os resíduos para ambos os modelos, verificou-se que ambos

apresentavam não autocorrelação, ou seja, eram independentes. Já no que diz respeito à variância, registou-se que os resíduos do modelo ARMA(2,2) (dados diários) apresentavam uma variância oscilante, sendo, desta forma, heterocedásticos. Por sua vez, os resíduos do modelo ARMA(1,2) (dados mensais) manifestavam uma variância constantes ao longo do seu desenvolvimento, ou seja, homocedasticidade.

Iniciou-se, de seguida, a previsão para ambas as séries através dos modelos ARMA. O período de previsão utilizado foi, integralmente, toda a amostra de ambas as séries, ou seja, de 2007 a 2017. Foram realizados, separadamente, dois tipos de previsão: previsão *in sample*, que previu valores para datas dentro da janela temporal, e previsão *out-of-sample*, para datas fora da amostra existente.

Passando para a previsão através do método de Alisamento Exponencial, o método utilizado foi o Simples, visto que nem a série de dados diários nem a de dados mensais apresentavam qualquer tipo de tendência ou sazonalidade. Foram realizadas, da mesma forma que na previsão pelos modelos ARMA, previsões *in sample* e *out-of-sample*, embora que desta vez tenham sido realizadas conjuntamente, visto que é indiferente, para o método de Alisamento Exponencial Simples, realizá-las separadamente ou ao mesmo tempo.

O último método de previsão utilizado foi o modelo de Médias Móveis, onde o número de observações presentes em cada média efetuada (N), foi 5, embora também tenham sido realizadas previsões para N=10 e N=25 (presentes no Anexo F). Na previsão pelo modelo de Médias Móveis foi feita, exclusivamente, previsão *in sample* para ambas as séries, visto que este modelo de previsão não produz previsões *out-of-sample*, uma vez que no seu procedimento o intervalo temporal de previsão é dividido em intervalos com N observações, logo o último destes intervalos termina na última observação da amostra, impedindo, desta forma, que se consiga prever além da janela estipulada.

Paralelamente a estas previsões, foi testada a existência de quebras de estrutura nas duas séries em estudo, através do teste de Chow. Os resultados foram conclusivos de que ambas as séries apresentavam, na sua composição, quebras estruturais em diversos períodos (ver Anexo C). Assim, de forma a seguir a matriz idealizada para este trabalho (obter a melhor previsão possível), foram feitas previsões com os métodos (modelos ARMA e método de Alisamento Exponencial Simples), sendo que foi reduzida a janela temporal da série para o período 2015-2017, de forma a eliminar a presença de quebras estruturais em ambas as séries, e conseguir aproveitar uma certa “estabilidade” de valores das séries nesse intervalo, com o objetivo de alcançar previsões mais eficazes. É de ressaltar que o modelo de Médias Móveis não foi alvo do mesmo procedimento, visto que neste modelo a previsão para uma determinada data (*in sample*) não sofre qualquer alteração com a redução do intervalo de previsão, explicado pelo mesmo motivo (apresentado anteriormente) que leva o modelo a prever apenas *in sample*.

Tanto nos modelos ARMA como no método de Alisamento Exponencial Simples, as previsões efetuadas após a redução da janela temporal para 2015-2017 revelaram um desempenho significativamente superior em comparação com as previsões compreendidas no intervalo temporal 2007-2017. Isto vem comprovar que as quebras estruturais representam um fator prejudicial na previsão de séries temporais, pelo que a sua eliminação no processo de previsão aumenta a eficácia do mesmo.

As medidas de erro utilizadas para medir o desempenho de cada previsão foram, basicamente, o RMSE (*Root Mean Square Error*) e o MAE (*Mean Average Error*), sendo que quanto menores, melhor a previsão.

Em termos dos métodos utilizados na previsão das duas séries temporais em estudo, os modelos ARMA e o método de Alisamento Exponencial Simples demonstraram um desempenho consideravelmente superior relativamente ao modelo de Médias Móveis.

Já entre os modelos ARMA e o método de Alisamento Exponencial Simples, a diferença, em termos das medidas de erro, foi ínfima, embora tenham sido os modelos ARMA a apresentar valores mais baixos de erro. Isto traduz que ambos os métodos de previsão (ARMA e AES) revelaram ser uma boa escolha no que toca à previsão de séries temporais.

Relativamente às séries em si, a série constituída por valores diários da taxa de câmbio EUR/USD apresentou resultados de previsão muito superiores aos da série de dados mensais, o que significa que um maior número de observações constitui uma base mais sólida e viável para ser feita a previsão, ou seja, quanto maior for a amostra disponível, mais informação existe para ser utilizada com vista à obtenção de valores futuros com base nos do passado.

Uma proposta para um estudo futuro com base neste trabalho, assenta no facto de que os resíduos do modelo ARMA(2,2), referente à série temporal de dados diários, apresentam-se como heterocedásticos, ou seja, com uma variância a oscilar ao longo do tempo.

Existem vários modelos estatísticos para a análise de séries temporais na presença de heterocedasticidade. Em 1982, Engle apresentou o modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Neste modelo, Engle defendia que a volatilidade dependia de valores passados, traduzindo esta dependência através de uma função quadrática. Já em 1986, Bollerslev, apresentou uma nova versão deste modelo, o modelo GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). Esta versão considerava que a volatilidade seria uma função dos quadrados dos erros passados, mas também dos seus próprios valores desfasados.

Ou seja, em contraste com o procedimento adotado neste estudo, em que se optou por continuar com a previsão através dos modelos ARMA, uma outra opção seria seguir para previsão através dos modelos ARCH/GARCH, comparando os resultados aí obtidos com os apresentados no presente trabalho.

Em suma, tendo em conta todo o trabalho desenvolvido, esperamos dar um contributo positivo à temática em causa e possibilitar o uso deste estudo como suporte a trabalhos futuros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Akincilar, A., Temiz, I., & Sahin, E. (2011). An application of exchange rate forecasting in Turkey. *Gazi University Journal of Science*, 817–828.
- Allen, P. R., & Petter, B. K. (1980). Asset markets, exchange rates and economic integration. *Cambridge University Press*.
- Araújo, G. (2011). *As Distribuições Estáveis na Modelação de Dados Financeiros*. Universidade de Lisboa.
- Ayekple, Y. E., Harris, E., Frempong, N. K., & Amevialor, J. (2015). Time Series Analysis of the Exchange Rate of the Ghanaian Cedi to the American Dollar. *Journal of Mathematics Research*.
- Bai, J., & Perron, P. (1998). Estimating and testing linear models with multiple structural changes. *Econometrica* 66, 47–78.
- Brown, R. G. (1959). *Statistical Forecasting for Inventory Control*. New York: McGraw-Hill.
- Brzeszczynski, J., & Melvin, M. (2006). Explaining trading volume in the Euro. *International Journal of Finance and Economics*, 11(1), 25–34.
- Campos, P. J. F. (2010). *Abordagem comportamental e investimento racional no mercado cambial: o caso do mercado forex*. Instituto Superior Politécnico do Porto.
- Casella, G., Fienberg, S., & Olkin, I. (2006). *Springer Texts in Statistics. Design* (Vol. 102). Retrieved from <http://books.google.com/books?id=9tv0taI8l6YC>
- Cassel, G. (1918). Abnormal Deviations in International Exchanges. *Economic Journal*.
- Clostermann, J., & Schnatz, B. (2000). The Determinants of the Euro-Dollar Exchange Rate - Fundamentals and a Non-Existing Currency. *Economic Research Group of the Deutsche Bundesbank*.
- Dornbusch, R. (1979). Expectations and Exchange Rate Dynamics. *Journal of Political Economy*, 84, 1161–76.
- Dornbusch, R., & Krugman, P. (1976). Flexible Rates in Exchange the Short. *Brookings Papers on Economic Activity*, 109(2).
- Dunis, C., & Huang, X. (2002). Forecasting and trading currency volatility: An application of recurrent neural regression and model combination. *Liverpool Business School Working Paper*.
- Engel, C., & West, K. D. (2005). Exchange Rates and Fundamentals. *University of Wisconsin and National Bureau of Economic Research*, 113(3).
- Frankel, J., & Mussa, M. (1985). *Asset markets, exchange rates and the balance of payments, Handbook of International Economics* (volume II). Amsterdam: Elsevier Science Publishers.
- Ghalayini, L. (2013). Modeling and Forecasting the US Dollar/Euro Exchange Rate. *International Journal of Economics and Finance*, 6(1), 194–208. Retrieved from <http://www.ccsenet.org/journal/index.php/ijef/article/view/31734>

- Hansen, B. (2001). The New Econometrics of Structural Change: Dating Breaks in U.S. Labour Productivity. *Journal of Economic Perspectives* Vol. 15.
- Hegwood, N. D., & Papell, D. H. (1998). Quasi purchasing power parity. *International Journal of Finance and Economics* 3, 279–289.
- Holt, C. C. (1957). Forecasting trends and seasonals by exponentially weighted averages. *Carnegie Institute of Technology*.
- Inoue, A., & Kilian, L. (2005). How Useful is Bagging in Forecasting Economic Time Series? A Case Study of US CPI Inflation *CEPR Discussion Paper No. 5304*.
- Johnston, J., & Dinardo, J. (2001). *Métodos Econométricos* (4th ed.). (M. Hiil, F. Ferrão, & R. Menezes, Trans.). McGraw-Hill.
- Kallas, M., Honeine, P., Francis, C., & Amoud, H. (2013). Kernel autoregressive models using Yule-Walker equations. *Signal Processing*, 93(11), 3053–3061.
- Kitagawa, G. (2010). *Introduction to time series modeling*. CRC Press.
- Libanio, G. A. (2005). Unit roots in macroeconomic time series : theory , implications , and evidence, 15(3), 145–176.
- Lima, A. (2005). *Estudo do comportamento da taxa de câmbio real: abordagem real versus nova abordagem*. Universidade Portucalense.
- Maccauley, R. N. (1997). The Euro and the Dollar". *Essays in International Finance*.
- MacDonald, R. (1999). Asset Market and Balance of Payments Characteristics: An Eclectic Exchange Rate Model for the Dollar, Mark, and Yen. *Open Economies Review* 10, 5–30.
- Makridakis, S. G., Wheelwright, S. C., & Hyndman, R. J. (1998). *Forecasting: Methods and Applications* (3rd ed.). New York, USA: Wiley.
- Martins, A. (2015). *Guerras Cambiais – Passado , Presente e Futuro*. Faculdade de Economia da Universidade de Coimbra.
- Meese, R., & Rogoff, K. (1983). Empirical Exchange Rate Models of the Seventies - Do they fit out of sample? *Journal of International Economics*, 3–24.
- Meese, R., & Rogoff, K. (1988). Was It Real? The Exchange Rate-Interest Differential Relation over the Modern Floating-Rate Period. *The Journal of Finance*.
- Mota, A. G. (2017). Determinantes da Taxa de Câmbio. *Textos de Apoio*, 0–14.
- Mota, A. G., & Custódio, C. (2007). *Finanças da Empresa - Manual de Informação, Análise e Decisão para Executivos*. Booknomics.
- Murteira, B., Muller, D., & Turkman, K. (1993). *Análise de Sucessões Cronológicas*. McGraw Hill.
- Nunes, C. (2012). *Probabilidades & Estatística*. Escolar Editora.
- Nwankwo, S. C. (2014). Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA) Model for Exchange Rate (Naira to Dollar). *Academic Journal of Interdisciplinary Studies*.
- Pesaran, M. H., & Timmermann, A. (2004). How costly is it to ignore breaks when forecasting the direction of a time series? *International Journal of Forecasting*, 20(3), 411–425.

- Phillips, B. Y. P. C. B. (1988). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 335–346.
- Priewe, J. (2016). The Enigmatic Dollar-Euro Exchange Rate And The World's Biggest Forex Market – Performance, Causes, Consequences. *IMK Study*, (49), 1–90.
- Ramos, F. (2011). *Cointegração, Modelos VAR e BVAR: Estudo comparativo entre a abordagem Clássica e Bayesiana no contexto dos Mercados Financeiros Europeus*. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa / Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa.
- Rimal, R. (2014). *Evaluation of models for predicting the average monthly Euro versus Norwegian krone exchange rate from financial and commodity information*. Norwegian University of Life Sciences.
- Rogoff, K. (1996). The Purchasing Power Parity Puzzle. *Journal of Economic Literature*, 34(2), 647–668.
- Rossi, B. (2005). Testing Long-Horizon Predictive Ability with High Persistence, and the Meese-Rogoff Puzzle. *International Economic Review*, 61–92.
- Samuelson, P. (1964). Theoretical Notes on Trade Problems. *Review of Economics and Statistics*, 145–154.
- Sarno, L., & Taylor, M. (2002). Purchasing power parity and the real exchange rate. *IMF Staff Papers* 49, 65–105.
- Taylor, M. (2004). Purchasing power parity debate. *Journal of Economic Perspectives* 18, 135–158.
- Taylor, M. (2009). *Purchasing Power Parity and Real Exchange Rates*. Routledge.
- Valentinyi-endr, M. (2004). Structural breaks and financial risk management. *Magyar Nemzeti Bank Working Paper*.
- Wang, J. (2008). Why Are Exchange Rates So Difficult to Predict? *Economic Letter—Insights from the Federal Reserve Bank of Dallas*.
- Weisang, G., & Awazu, Y. (2014). Vagaries of the Euro: an Introduction to ARIMA Modeling. *Case Studies In Business, Industry And Government Statistics*, 45–55.
- Wenhao, L. (2004). Currency Competition Between Euro and US Dollar. *Business Institute Berlin at the Berlin School of Economics*.

ANEXO A

MODELOS ECONOMÉTRICOS “REJEITADOS” 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:22
 Sample (adjusted): 6/05/2007 6/22/2017
 Included observations: 2623 after adjustments
 Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.63E-05	0.000124	-0.613234	0.5398
AR(1)	-0.001410	0.019532	-0.072206	0.9424
R-squared	0.000002	Mean dependent var	-7.63E-05	
Adjusted R-squared	-0.000380	S.D. dependent var	0.006378	
S.E. of regression	0.006380	Akaike info criterion	-7.270649	
Sum squared resid	0.106674	Schwarz criterion	-7.266172	
Log likelihood	9537.456	Hannan-Quinn criter.	-7.269028	
F-statistic	0.005214	Durbin-Watson stat	1.999697	
Prob(F-statistic)	0.942444			
Inverted AR Roots	-.00			

TABELA 33 – MODELO AR(1) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:23
 Sample (adjusted): 6/06/2007 6/22/2017
 Included observations: 2622 after adjustments
 Convergence achieved after 2 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.52E-05	0.000125	-0.601192	0.5478
AR(1)	-0.001313	0.019540	-0.067196	0.9464
AR(2)	0.005574	0.019539	0.285291	0.7754
R-squared	0.000033	Mean dependent var	-7.52E-05	
Adjusted R-squared	-0.000731	S.D. dependent var	0.006379	
S.E. of regression	0.006382	Akaike info criterion	-7.269604	
Sum squared resid	0.106663	Schwarz criterion	-7.262886	
Log likelihood	9533.451	Hannan-Quinn criter.	-7.267171	
F-statistic	0.042980	Durbin-Watson stat	2.000086	
Prob(F-statistic)	0.957931			
Inverted AR Roots	.07	-.08		

TABELA 34 – MODELO AR(2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:24
 Sample (adjusted): 6/04/2007 6/22/2017
 Included observations: 2624 after adjustments
 Convergence achieved after 3 iterations
 MA Backcast: 6/01/2007

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.49E-05	0.000124	-0.602644	0.5468
MA(1)	-0.001395	0.019530	-0.071432	0.9431
R-squared	0.000002	Mean dependent var	-7.49E-05	
Adjusted R-squared	-0.000379	S.D. dependent var	0.006378	
S.E. of regression	0.006379	Akaike info criterion	-7.270914	
Sum squared resid	0.106687	Schwarz criterion	-7.266438	
Log likelihood	9541.440	Hannan-Quinn criter.	-7.269293	
F-statistic	0.005158	Durbin-Watson stat	1.999859	
Prob(F-statistic)	0.942749			
Inverted MA Roots	.00			

TABELA 35 – MODELO MA(1) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:24
 Sample (adjusted): 6/04/2007 6/22/2017
 Included observations: 2624 after adjustments
 Convergence achieved after 4 iterations
 MA Backcast: 5/31/2007 6/01/2007

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.49E-05	0.000125	-0.599260	0.5491
MA(1)	-0.001485	0.019533	-0.076014	0.9394
MA(2)	0.005500	0.019533	0.281563	0.7783
R-squared	0.000033	Mean dependent var	-7.49E-05	
Adjusted R-squared	-0.000730	S.D. dependent var	0.006378	
S.E. of regression	0.006380	Akaike info criterion	-7.270183	
Sum squared resid	0.106683	Schwarz criterion	-7.263469	
Log likelihood	9541.480	Hannan-Quinn criter.	-7.267751	
F-statistic	0.042923	Durbin-Watson stat	1.999760	
Prob(F-statistic)	0.957986			
Inverted MA Roots	.00+.07i	.00-.07i		

TABELA 36 – MODELO MA(2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:25
 Sample (adjusted): 6/05/2007 6/22/2017
 Included observations: 2623 after adjustments
 Convergence achieved after 31 iterations
 MA Backcast: 6/04/2007

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.59E-05	0.000124	-0.609836	0.5420
AR(1)	-0.905247	0.273877	-3.305306	0.0010
MA(1)	0.903090	0.276883	3.261627	0.0011
R-squared	0.000110	Mean dependent var	-7.63E-05	
Adjusted R-squared	-0.000653	S.D. dependent var	0.006378	
S.E. of regression	0.006381	Akaike info criterion	-7.269995	
Sum squared resid	0.106663	Schwarz criterion	-7.263279	
Log likelihood	9537.598	Hannan-Quinn criter.	-7.267563	
F-statistic	0.144513	Durbin-Watson stat	1.998124	
Prob(F-statistic)	0.865451			
Inverted AR Roots	-.91			
Inverted MA Roots	-.90			

TABELA 37 – MODELO ARMA(1,1) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:26
 Sample (adjusted): 6/05/2007 6/22/2017
 Included observations: 2623 after adjustments
 Convergence achieved after 165 iterations
 MA Backcast: 6/01/2007 6/04/2007

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.59E-05	0.000125	-0.609092	0.5425
AR(1)	-0.904018	0.277744	-3.254858	0.0011
MA(1)	0.902757	0.278385	3.242839	0.0012
MA(2)	0.001005	0.019811	0.050732	0.9595
R-squared	0.000111	Mean dependent var	-7.63E-05	
Adjusted R-squared	-0.001034	S.D. dependent var	0.006378	
S.E. of regression	0.006382	Akaike info criterion	-7.269233	
Sum squared resid	0.106662	Schwarz criterion	-7.260279	
Log likelihood	9537.600	Hannan-Quinn criter.	-7.265990	
F-statistic	0.097182	Durbin-Watson stat	1.999922	
Prob(F-statistic)	0.961603			
Inverted AR Roots	-.90			
Inverted MA Roots	-.00	-.90		

TABELA 38 – MODELO ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:27
 Sample (adjusted): 6/06/2007 6/22/2017
 Included observations: 2622 after adjustments
 Convergence achieved after 32 iterations
 MA Backcast: 6/05/2007

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-7.33E-05	0.000131	-0.561350	0.5746
AR(1)	0.816669	0.393831	2.073653	0.0382
AR(2)	0.009453	0.020969	0.450830	0.6521
MA(1)	-0.818206	0.393463	-2.079497	0.0377
R-squared	0.000224	Mean dependent var	-7.52E-05	
Adjusted R-squared	-0.000922	S.D. dependent var	0.006379	
S.E. of regression	0.006382	Akaike info criterion	-7.269033	
Sum squared resid	0.106643	Schwarz criterion	-7.260075	
Log likelihood	9533.702	Hannan-Quinn criter.	-7.265789	
F-statistic	0.195639	Durbin-Watson stat	1.999980	
Prob(F-statistic)	0.899411			
Inverted AR Roots	.83	-.01		
Inverted MA Roots	.82			

TABELA 39 – MODELO ARMA(2,1) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

MODELOS ECONOMETRICOS “REJEITADOS” 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:31
 Sample (adjusted): 2007M08 2017M06
 Included observations: 119 after adjustments
 Convergence achieved after 3 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.001714	0.002937	-0.583420	0.5607
AR(1)	0.263751	0.088979	2.964207	0.0037
R-squared	0.069853	Mean dependent var	-0.001693	
Adjusted R-squared	0.061903	S.D. dependent var	0.024357	
S.E. of regression	0.023591	Akaike info criterion	-4.639203	
Sum squared resid	0.065117	Schwarz criterion	-4.592495	
Log likelihood	278.0326	Hannan-Quinn criter.	-4.620236	
F-statistic	8.786521	Durbin-Watson stat	1.972721	
Prob(F-statistic)	0.003678			
Inverted AR Roots	.26			

TABELA 40 – MODELO AR(1) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:32
 Sample (adjusted): 2007M09 2017M06
 Included observations: 118 after adjustments
 Convergence achieved after 3 iterations

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.001585	0.002900	-0.546515	0.5858
AR(1)	0.275637	0.093158	2.958807	0.0038
AR(2)	-0.029893	0.093481	-0.319778	0.7497
R-squared	0.072339	Mean dependent var	-0.001645	
Adjusted R-squared	0.056206	S.D. dependent var	0.024456	
S.E. of regression	0.023758	Akaike info criterion	-4.616662	
Sum squared resid	0.064913	Schwarz criterion	-4.546221	
Log likelihood	275.3830	Hannan-Quinn criter.	-4.588061	
F-statistic	4.483850	Durbin-Watson stat	1.976019	
Prob(F-statistic)	0.013332			
Inverted AR Roots	.14-.10i	.14+.10i		

TABELA 41 – MODELO AR(2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:33
 Sample (adjusted): 2007M07 2017M06
 Included observations: 120 after adjustments
 Convergence achieved after 5 iterations
 MA Backcast: 2007M06

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.001433	0.002734	-0.524125	0.6012
MA(1)	0.272357	0.088410	3.080602	0.0026
R-squared	0.071368	Mean dependent var	-0.001491	
Adjusted R-squared	0.063498	S.D. dependent var	0.024355	
S.E. of regression	0.023569	Akaike info criterion	-4.641245	
Sum squared resid	0.065549	Schwarz criterion	-4.594787	
Log likelihood	280.4747	Hannan-Quinn criter.	-4.622378	
F-statistic	9.068622	Durbin-Watson stat	1.986628	
Prob(F-statistic)	0.003182			
Inverted MA Roots	-.27			

TABELA 42 – MODELO MA(1) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:33
 Sample (adjusted): 2007M07 2017M06
 Included observations: 120 after adjustments
 Convergence achieved after 10 iterations
 MA Backcast: 2007M05 2007M06

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.001423	0.002806	-0.507200	0.6130
MA(1)	0.279566	0.092387	3.026046	0.0030
MA(2)	0.021694	0.093087	0.233052	0.8161
R-squared	0.071938	Mean dependent var	-0.001491	
Adjusted R-squared	0.056074	S.D. dependent var	0.024355	
S.E. of regression	0.023662	Akaike info criterion	-4.625193	
Sum squared resid	0.065508	Schwarz criterion	-4.555505	
Log likelihood	280.5116	Hannan-Quinn criter.	-4.596892	
F-statistic	4.534601	Durbin-Watson stat	2.001265	
Prob(F-statistic)	0.012684			
Inverted MA Roots	-.14-.05i	-.14+.05i		

TABELA 43 – MODELO MA(2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:34
 Sample (adjusted): 2007M08 2017M06
 Included observations: 119 after adjustments
 Convergence achieved after 6 iterations
 MA Backcast: 2007M07

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.001692	0.002782	-0.608372	0.5441
AR(1)	0.023983	0.311947	0.076883	0.9388
MA(1)	0.253848	0.303091	0.837529	0.4040
R-squared	0.073468	Mean dependent var	-0.001693	
Adjusted R-squared	0.057493	S.D. dependent var	0.024357	
S.E. of regression	0.023647	Akaike info criterion	-4.626290	
Sum squared resid	0.064864	Schwarz criterion	-4.556228	
Log likelihood	278.2643	Hannan-Quinn criter.	-4.597840	
F-statistic	4.599003	Durbin-Watson stat	1.991756	
Prob(F-statistic)	0.011965			
Inverted AR Roots	.02			
Inverted MA Roots	-.25			

TABELA 44 – MODELO ARMA(1,1) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:35
 Sample (adjusted): 2007M09 2017M06
 Included observations: 118 after adjustments
 Convergence achieved after 17 iterations
 MA Backcast: 2007M08

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.001635	0.003099	-0.527684	0.5987
AR(1)	-0.637687	0.120864	-5.276075	0.0000
AR(2)	0.298328	0.089009	3.351648	0.0011
MA(1)	0.918694	0.090296	10.17429	0.0000
R-squared	0.099873	Mean dependent var	-0.001645	
Adjusted R-squared	0.076185	S.D. dependent var	0.024456	
S.E. of regression	0.023506	Akaike info criterion	-4.629843	
Sum squared resid	0.062987	Schwarz criterion	-4.535921	
Log likelihood	277.1607	Hannan-Quinn criter.	-4.591708	
F-statistic	4.216249	Durbin-Watson stat	1.933813	
Prob(F-statistic)	0.007224			
Inverted AR Roots	.31	-.95		
Inverted MA Roots	-.92			

TABELA 45 – MODELO ARMA(2,1) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:36
 Sample (adjusted): 2007M09 2017M06
 Included observations: 118 after adjustments
 Convergence achieved after 19 iterations
 MA Backcast: 2007M07 2007M08

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-0.002665	0.000475	-5.609017	0.0000
AR(1)	1.414799	0.117434	12.04758	0.0000
AR(2)	-0.513741	0.096301	-5.334721	0.0000
MA(1)	-1.215047	0.164362	-7.392492	0.0000
MA(2)	0.215549	0.154201	1.397846	0.1649
R-squared	0.158117	Mean dependent var	-0.001645	
Adjusted R-squared	0.128316	S.D. dependent var	0.024456	
S.E. of regression	0.022833	Akaike info criterion	-4.679789	
Sum squared resid	0.058911	Schwarz criterion	-4.562387	
Log likelihood	281.1075	Hannan-Quinn criter.	-4.632120	
F-statistic	5.305740	Durbin-Watson stat	2.039010	
Prob(F-statistic)	0.000594			
Inverted AR Roots	.71-.12i	.71+.12i		
Inverted MA Roots	1.00	.22		

TABELA 46 – MODELO ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

ANEXO B

COMPARAÇÃO DA PREVISÃO ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

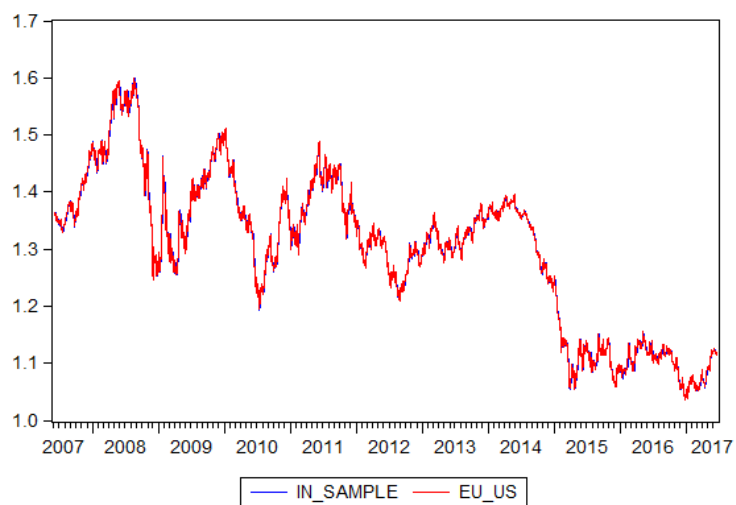


FIGURA 24 – COMPARAÇÃO PREVISÃO *IN SAMPLE* ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

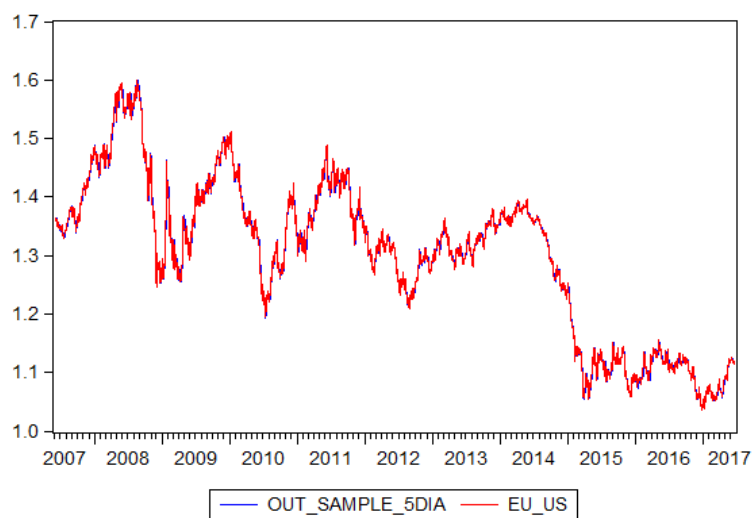
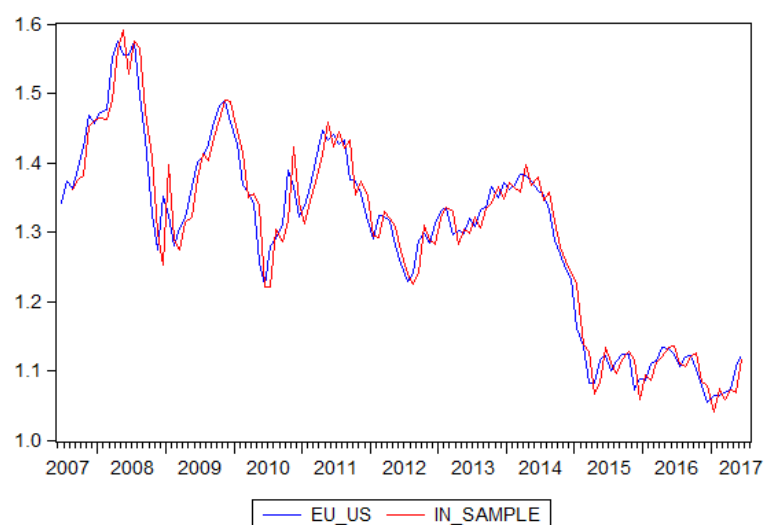
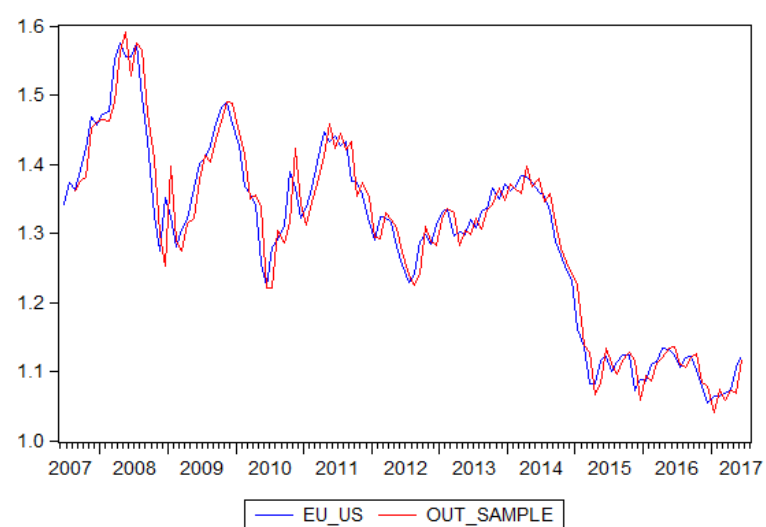


FIGURA 25 – COMPARAÇÃO PREVISÃO *OUT-OF-SAMPLE* ARMA(2,2) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

COMPARAÇÃO DA PREVISÃO ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)**FIGURA 26 – COMPARAÇÃO PREVISÃO *IN-SAMPLE* ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)****FIGURA 27 – COMPARAÇÃO PREVISÃO *OUT-OF-SAMPLE* ARMA(1,2) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)**

ANEXO C

QUEBRAS DE ESTRUTURA – TESTE DE CHOW (DADOS DIÁRIOS)

Chow Breakpoint Test: 1/01/2008

Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints

Equation Sample: 6/06/2007 6/22/2017

F-statistic	2.810809	Prob. F(5,2612)	0.0155
Log likelihood ratio	14.07003	Prob. Chi-Square(5)	0.0152
Wald Statistic	3295.873	Prob. Chi-Square(5)	0.0000

TABELA 47 – TESTE DE CHOW 2008 (DADOS DIÁRIOS)

Chow Breakpoint Test: 1/01/2010

Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints

Equation Sample: 6/06/2007 6/22/2017

F-statistic	2.565938	Prob. F(5,2612)	0.0253
Log likelihood ratio	12.84728	Prob. Chi-Square(5)	0.0249
Wald Statistic	66.03525	Prob. Chi-Square(5)	0.0000

TABELA 48 – TESTE DE CHOW 2010 (DADOS DIÁRIOS)

Chow Breakpoint Test: 1/02/2012

Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints

Equation Sample: 6/06/2007 6/22/2017

Wald Statistic	166.2799	Prob. Chi-Square(5)	0.0000
----------------	----------	---------------------	--------

TABELA 49 – TESTE DE CHOW 2012 (DADOS DIÁRIOS)

QUEBRAS DE ESTRUTURA – TESTE DE CHOW (DADOS MENSAIS)

Chow Breakpoint Test: 2008M06

Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints

Equation Sample: 2007M08 2017M06

Wald Statistic	26.21399	Prob. Chi-Square(4)	0.0000
----------------	----------	---------------------	--------

TABELA 50 – TESTE DE CHOW 2008M06 (DADOS MENSAIS)

Chow Breakpoint Test: 2010M07

Null Hypothesis: No breaks at specified breakpoints

Equation Sample: 2007M08 2017M06

F-statistic	4.456884	Prob. F(4,111)	0.0022
Log likelihood ratio	17.72438	Prob. Chi-Square(4)	0.0014
Wald Statistic	39.63025	Prob. Chi-Square(4)	0.0000

TABELA 51 – TESTE DE CHOW 2010M07 (DADOS MENSAIS)

ANEXO D

MODELO ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:39
 Sample: 6/01/2015 6/22/2017
 Included observations: 539
 Convergence achieved after 15 iterations
 MA Backcast: 5/28/2015 5/29/2015

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-3.28E-06	0.000246	-0.013339	0.9894
AR(1)	0.198306	0.020880	9.497388	0.0000
AR(2)	-0.946172	0.021182	-44.66771	0.0000
MA(1)	-0.220914	0.017543	-12.59252	0.0000
MA(2)	0.969571	0.017584	55.14020	0.0000
R-squared	0.023716	Mean dependent var	-1.83E-06	
Adjusted R-squared	0.016403	S.D. dependent var	0.005754	
S.E. of regression	0.005707	Akaike info criterion	-7.484976	
Sum squared resid	0.017393	Schwarz criterion	-7.445183	
Log likelihood	2022.201	Hannan-Quinn criter.	-7.469412	
F-statistic	3.242928	Durbin-Watson stat	2.021263	
Prob(F-statistic)	0.012082			
Inverted AR Roots	.10+.97i	.10-.97i		
Inverted MA Roots	.11+.98i	.11-.98i		

TABELA 52 – MODELO ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

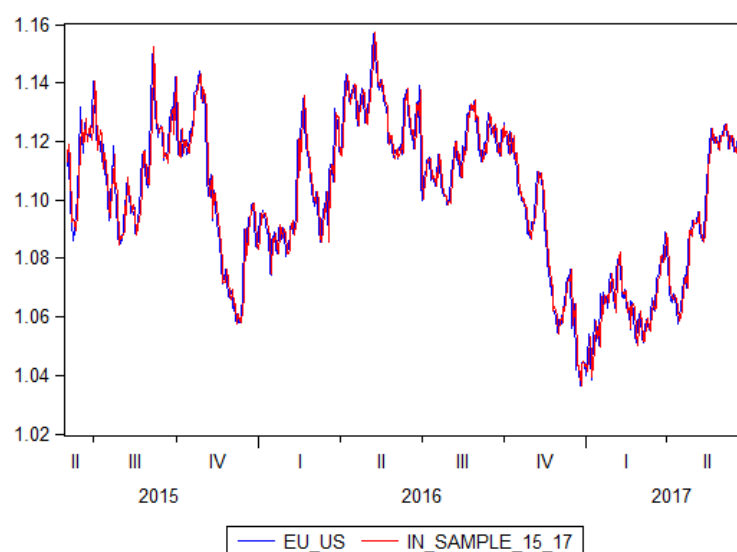
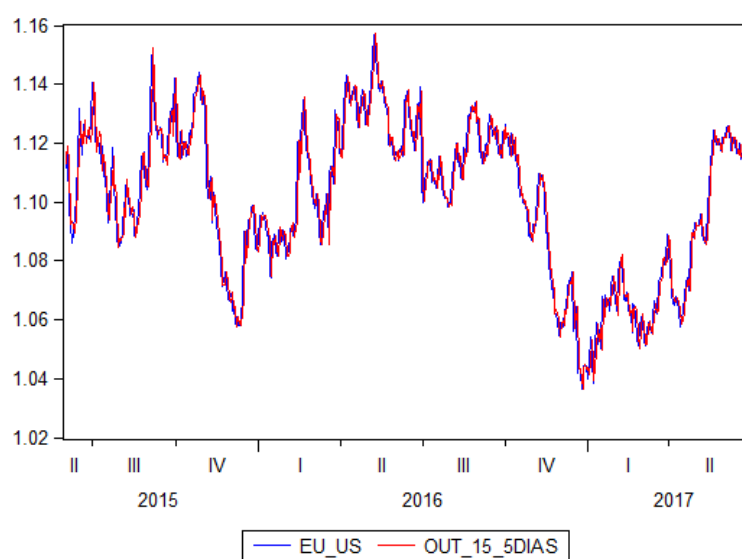
F-statistic	0.467541	Prob. F(2,532)	0.6268
Obs*R-squared	0.945712	Prob. Chi-Square(2)	0.6232

TABELA 53 - TESTE À CORRELAÇÃO DOS RESÍDUOS PARA ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.151880	Prob. F(1,536)	0.6969
Obs*R-squared	0.152403	Prob. Chi-Square(1)	0.6962

TABELA 54 - TESTE ARCH PARA ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)

COMPARAÇÃO DA PREVISÃO ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)**FIGURA 28 – COMPARAÇÃO PREVISÃO *IN-SAMPLE* ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)****FIGURA 29 – COMPARAÇÃO PREVISÃO *OUT-OF-SAMPLE* ARMA(2,2) 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)**

MODELO ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)

Dependent Variable: DLOG(EU_US)
 Method: Least Squares
 Date: 07/30/17 Time: 23:47
 Sample: 2015M07 2017M06
 Included observations: 24
 Convergence achieved after 23 iterations
 MA Backcast: 2015M05 2015M06

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.000931	0.005651	0.164821	0.8707
AR(1)	-0.930765	0.084868	-10.96722	0.0000
MA(1)	1.589152	0.089844	17.68787	0.0000
MA(2)	0.832757	0.091089	9.142231	0.0000
R-squared	0.281078	Mean dependent var	-1.48E-05	
Adjusted R-squared	0.173239	S.D. dependent var	0.017294	
S.E. of regression	0.015725	Akaike info criterion	-5.316180	
Sum squared resid	0.004945	Schwarz criterion	-5.119838	
Log likelihood	67.79416	Hannan-Quinn criter.	-5.264090	
F-statistic	2.606471	Durbin-Watson stat	2.387153	
Prob(F-statistic)	0.080054			
Inverted AR Roots	-.93			
Inverted MA Roots	-.79-.45i	-.79+.45i		

TABELA 55 – MODELO ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

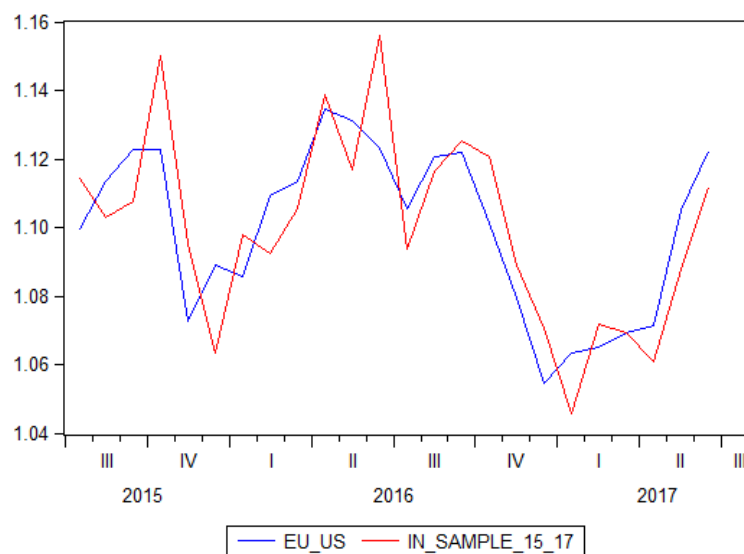
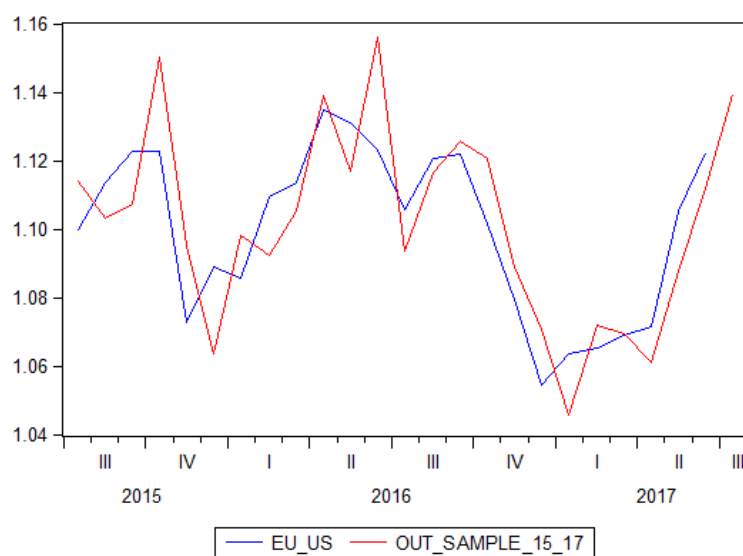
F-statistic	0.800188	Prob. F(2,18)	0.4646
Obs*R-squared	1.955471	Prob. Chi-Square(2)	0.3762

TABELA 56 - TESTE À CORRELAÇÃO DOS RESÍDUOS PARA ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)

Heteroskedasticity Test: ARCH

F-statistic	0.448764	Prob. F(1,21)	0.5102
Obs*R-squared	0.481220	Prob. Chi-Square(1)	0.4879

TABELA 57 - TESTE ARCH PARA ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)

COMPARAÇÃO DA PREVISÃO ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)**FIGURA 30 – COMPARAÇÃO PREVISÃO *IN SAMPLE* ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)****FIGURA 31 – COMPARAÇÃO PREVISÃO *OUT-OF-SAMPLE* ARMA(1,2) 2015-2017 (DADOS MENSAIS)**

ANEXO E

COMPARAÇÃO DA PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017

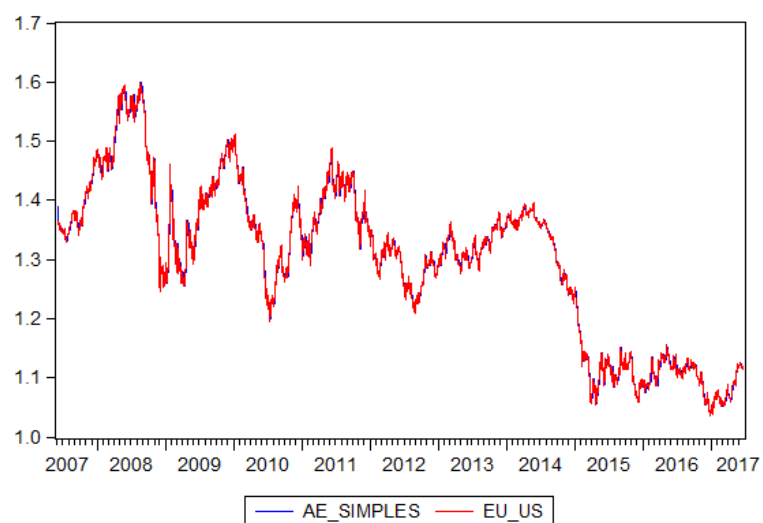


FIGURA 32 – COMPARAÇÃO PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

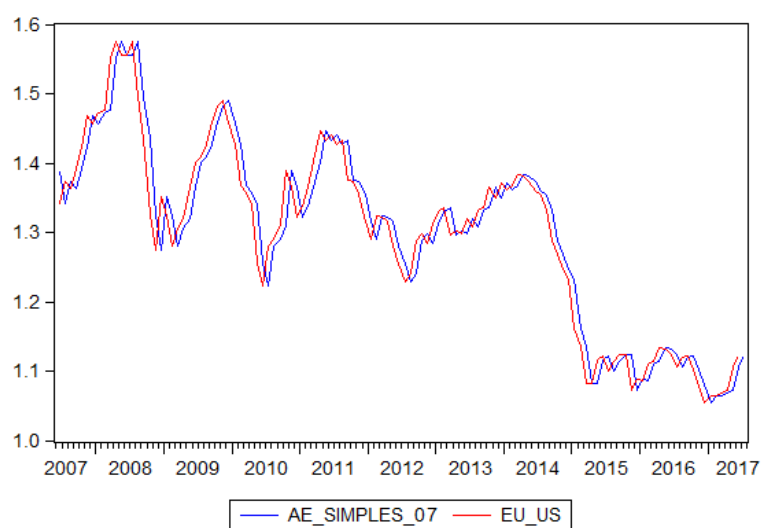
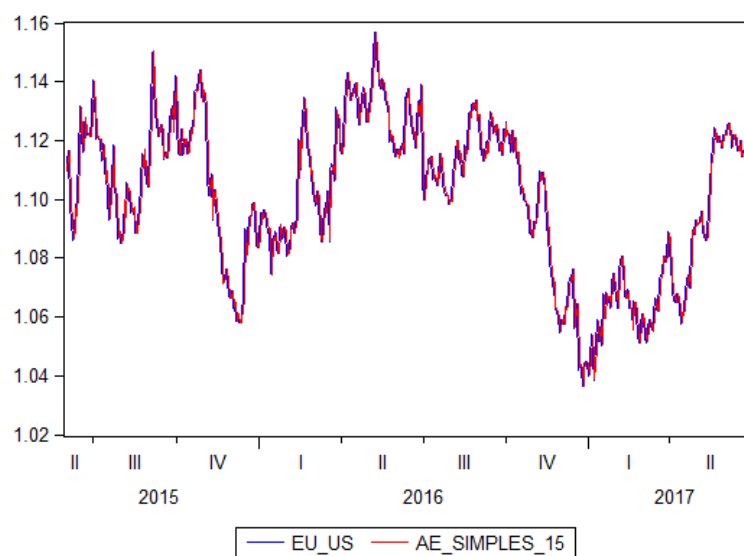
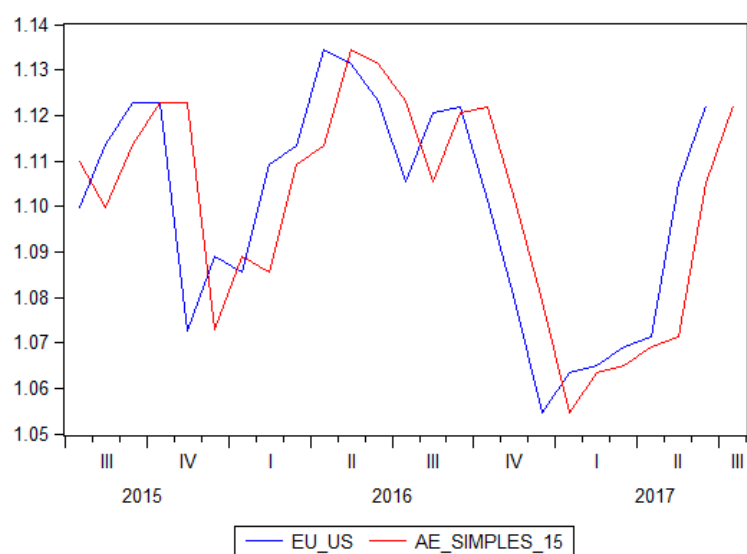


FIGURA 33 – COMPARAÇÃO PREVISÃO AE SIMPLES 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

COMPARAÇÃO DA PREVISÃO AE SIMPLES 2015-2017**FIGURA 34 – COMPARAÇÃO PREVISÃO AE SIMPLES 2015-2017 (DADOS DIÁRIOS)****FIGURA 35 – COMPARAÇÃO PREVISÃO AE SIMPLES 2015-2017 (DADOS MENSAIS)**

ANEXO F

COMPARAÇÃO DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (5) 2007-2017

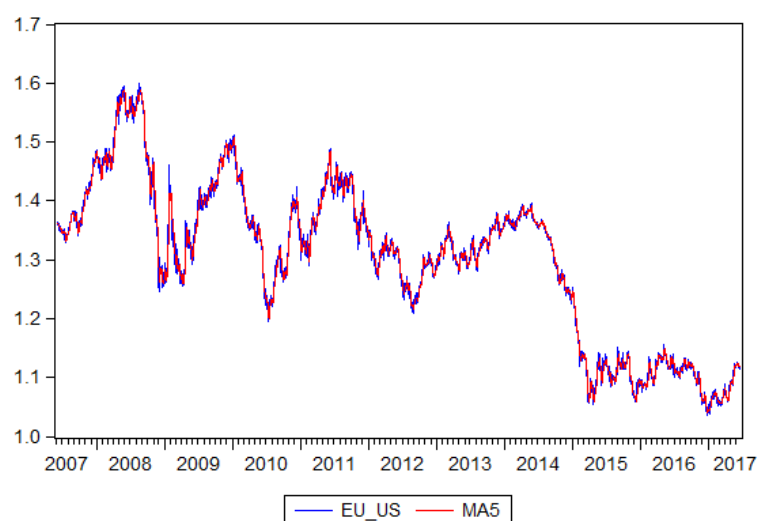


FIGURA 36 – COMPARAÇÃO PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (5) 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

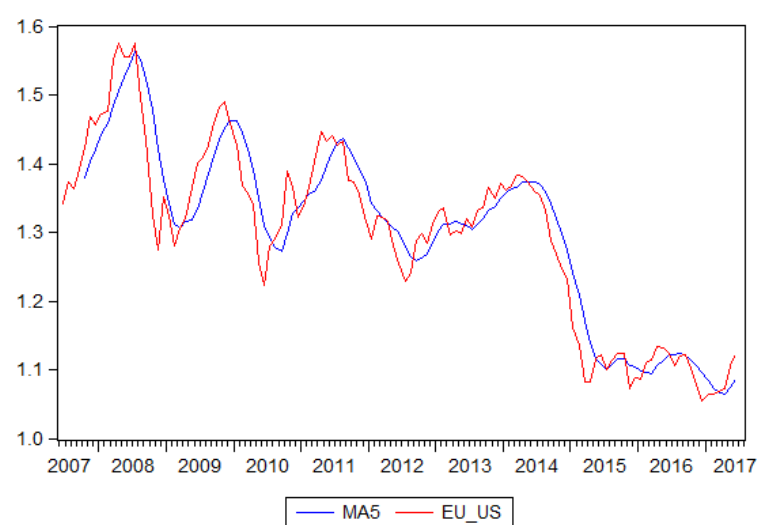


FIGURA 37 – COMPARAÇÃO PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (5) 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

MODELOS DE MÉDIAS MÓVEIS 2007-2017 (DADOS DIÁRIOS)

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS	ERRO DE PREVISÃO	RMSE
26/05/2017	1,1196	1,11517	0,00443	0,014344108
29/05/2017	1,1188	1,11733	0,00147	
30/05/2017	1,1173	1,11847	0,00117	
31/05/2017	1,1221	1,11951	0,00259	
01/06/2017	1,1219	1,12041	0,00149	
02/06/2017	1,1217	1,12079	0,00091	
05/06/2017	1,1249	1,12085	0,00405	
06/06/2017	1,1258	1,12128	0,00452	
07/06/2017	1,1217	1,12152	0,00018	
08/06/2017	1,1229	1,12167	0,00123	
09/06/2017	1,1176	1,12147	0,00387	
12/06/2017	1,1221	1,1218	0,0003	
13/06/2017	1,1217	1,12224	0,00054	
14/06/2017	1,1203	1,12206	0,00176	
15/06/2017	1,1166	1,12153	0,00493	
16/06/2017	1,1167	1,12103	0,00433	
19/06/2017	1,1199	1,12053	0,00063	
20/06/2017	1,1156	1,11951	0,00391	
21/06/2017	1,1147	1,11881	0,00411	
22/06/2017	1,1169	1,11821	0,00131	

TABELA 58 - PERFORMANCE DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (10) (DADOS DIÁRIOS)

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS	ERRO DE PREVISÃO	RMSE
26/05/2017	1,1196	1,099296	0,020304	0,024351316
29/05/2017	1,1188	1,101256	0,017544	
30/05/2017	1,1173	1,102556	0,014744	
31/05/2017	1,1221	1,103876	0,018224	
01/06/2017	1,1219	1,105180	0,016720	
02/06/2017	1,1217	1,106524	0,015176	
05/06/2017	1,1249	1,107800	0,017100	
06/06/2017	1,1258	1,109172	0,016628	
07/06/2017	1,1217	1,110364	0,011336	
08/06/2017	1,1229	1,111572	0,011328	
09/06/2017	1,1176	1,112432	0,005168	
12/06/2017	1,1221	1,113564	0,008536	
13/06/2017	1,1217	1,114880	0,006820	
14/06/2017	1,1203	1,116164	0,004136	
15/06/2017	1,1166	1,117388	0,000788	
16/06/2017	1,1167	1,118552	0,001852	
19/06/2017	1,1199	1,119460	0,000440	
20/06/2017	1,1156	1,119848	0,004248	
21/06/2017	1,1147	1,119968	0,005268	
22/06/2017	1,1169	1,120128	0,003228	

TABELA 59 - PERFORMANCE DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (25) (DADOS DIÁRIOS)

MODELOS DE MÉDIAS MÓVEIS 2007-2017 (DADOS MENSAIS)

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS	ERRO DE PREVISÃO	RMSE
2017M06	1,1222	1,08531	0,03689	0,069204926

TABELA 60 - PERFORMANCE DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (10) (DADOS MENSAIS)

DATA	VALOR REAL	PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS	ERRO DE PREVISÃO	RMSE
2017M06	1,1222	1,100784	0,021416	0,079442237

TABELA 61 - PERFORMANCE DA PREVISÃO MÉDIAS MÓVEIS (25) (DADOS MENSAIS)